学部ミクロ攻略マニュアル

消費者理論・生産者理論・一般均衡理論、そしてマクロ経済学へ

目次

序 ミクロ経済学の地図と学び方 **5**

序.1 ミクロ経済学は何を考えるのか 5

序.2 3つの柱と本書の構成 6

序.3 部分均衡と一般均衡 6

1 数学の準備 **8**

1.1 微分：「限界」の考え方 8

1.2 偏微分と全微分 9

1.3 最適化：一階条件と二階条件 9

1.4 制約付き最適化とラグランジュ法 10

1.5 同次関数とオイラーの定理 12

1.6 弾力性 13

2 選好と効用：消費者の好みを表す **14**

2.1 選好 14

2.2 効用関数 15

2.3 無差別曲線 15

2.4 限界効用と限界代替率 16

2.5 代表的な効用関数 18

3 効用最大化と需要 **20**

3.1 予算制約 20

3.2 最適な消費：MRS = 価格比 20

3.3 ラグランジュ法による導出 23

3.4 需要関数の一般的な性質 24

3.5 価格の変化と需要曲線 24

3.6 所得の変化と財の分類 25

4 価格変化の効果：代替効果と所得効果 **27**

4.1 価格変化の2つの効果 27

4.2 スルツキー分解：図で見る 27

4.3 代替効果は必ず負：需要法則の理由 29

4.4 支出最小化と補償需要 29

4.5 双対性 30

4.6 消費者余剰 32

5 消費者理論の応用：労働・貯蓄・リスク **34**

5.1 労働供給：消費と余暇の選択 34

5.2 異時点間の選択：今と将来 36

5.3 不確実性と期待効用 38

6 生産技術：生産関数と等量曲線 **40**

6.1 生産関数 40

6.2 短期：1つの投入だけを変える 40

6.3 長期：等量曲線 41

6.4 規模に関する収穫 41

6.5 コブ＝ダグラス型生産関数 43

7 費用最小化と費用曲線 **45**

7.1 等費用線 45

7.2 費用最小化：MRTS = 要素価格比 45

7.3 コブ＝ダグラス型の場合の計算 46

7.4 短期の費用曲線 47

7.5 長期の費用と規模の経済 48

8 利潤最大化と供給曲線 51

8.1 完全競争 51
8.2 利潤最大化：価格 = 限界費用 51
8.3 利潤と操業停止 52
8.4 市場の供給曲線と長期の均衡 52
8.5 生産要素の需要と所得の分配 53
8.6 生産者余剰 55

9 市場均衡：部分均衡分析 56

9.1 市場均衡 56
9.2 比較静学 57
9.3 総余剰と市場の効率性 57
9.4 税の効果：誰が負担し、何が失われるか 59
9.5 部分均衡の限界 60

10 一般均衡 I：交換経済 62

10.1 交換経済の設定 62
10.2 予算制約：所得が価格に依存する 63
10.3 エッジワース・ボックス 63
10.4 パレート効率性と契約曲線 63
10.5 競争均衡の定義 65
10.6 価格が違うとどうなるか 66
10.7 均衡価格の決まり方 66
10.8 超過需要関数とワルラス法則 68
10.9 価格の基準化：意味があるのは相対価格だけ 70

11 一般均衡 II：生産経済と厚生経済学の基本定理 73

11.1 この章の見取り図 73
11.2 段階1：ロビンソン・クルーソー経済 73
11.3 段階2：2財を生産する経済：MRS = MRT 77
11.4 段階3：厚生経済学の第一基本定理 78

11.5 段階4：厚生経済学の第二基本定理 80

12 独占と価格差別 **83**

12.1 独占企業の利潤最大化 83
12.2 価格差別とは 86
12.3 第1種価格差別 86
12.4 第2種価格差別 88
12.5 第3種価格差別 88
12.6 自然独占と価格規制 91
12.7 独占的競争 92

13 外部性と公共財 **95**

13.1 外部性とは 95
13.2 負の外部性とピグー税 96
13.3 正の外部性と補助金 96
13.4 数量規制と排出権取引 97
13.5 コースの定理 100
13.6 共有地の悲劇 100
13.7 公共財 101
13.8 その他の市場の失敗 105

終 ミクロからマクロへ **106**

終.1 ミクロ的基礎付け 106
終.2 時間を通じた一般均衡 106
終.3 大学院マクロの基本モデルとミクロの道具 107

序章

ミクロ経済学の地図と学び方

> **この章の問い**　ミクロ経済学は何を明らかにしようとする学問で、どんな順番で何を学べばよいのか。
> **この章で分かること**　ミクロ経済学の3つの柱（消費者理論・生産者理論・一般均衡理論）、本書の章立てと学ぶ順番の理由、そしてマクロ経済学や大学院の経済学との関係です。迷ったときに戻ってくる「地図」として使ってください。

序.1　ミクロ経済学は何を考えるのか

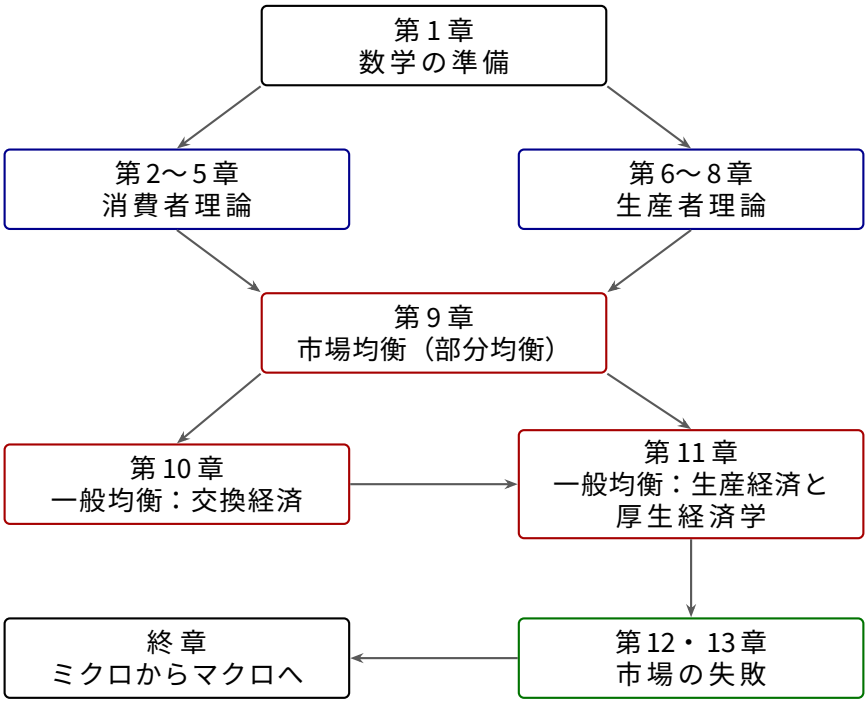
朝、財布の中身を見ながら「今日の昼食は何にしよう」と考えるとき、私たちは経済学の問題を解いています。使えるお金は1,000円。定食にするか、ラーメンに小さなデザートを付けるか。限られた予算のなかで、できるだけ満足できる選び方をしたいわけです。

私たちの所得も、企業が使える労働者や機械も、そして1日の時間も限られています。この**希少性**が経済学の出発点です。限られたものをどう使うかを選ばなければならないところに、経済学の基本的な問題があります。ミクロ経済学は、**個々の経済主体**（家計や企業）の選択と、その選択が**市場**を通じてどう調整されるかを、次の3段階で考えます。

- **最適化**：各主体は、与えられた制約の中で自分にとって最も望ましい選択をする。昼食の例なら、1,000円という予算の中で満足が最も大きい組み合わせを選ぶことです。企業なら、技術と費用の制約の中で利潤が最も大きくなる生産量を選びます。
- **均衡**：多くの主体の選択は、市場で価格を通じて調整される。昼どきの店で、人気のメニューが早々に売り切れれば店は値上げを考え、売れ残れば値下げを考えます。誰も「この価格にしよう」と全体で決めたわけではないのに、買いたい量と売りたい量が一致する価格に落ち着いていきます。
- **評価**：その結果として実現する資源の配分が、社会にとって望ましいかを評価する。市場に任せた結果は無駄がないのか、不公平がないのか、という問いです。

この「最適化 → 均衡 → 評価」という3段階は、ミクロ経済学だけでなく、現代のマクロ経済学を含む経済学全体の共通の枠組みです。

図 序.1　本書の構成：学部ミクロの学び方



青は個々の主体の最適化、赤は市場の均衡、緑はその応用、黒は道具とまとめ。

図の読み方

1. 第1章で、ミクロ経済学で繰り返し使う数学（微分、最適化、ラグランジュ法）を準備します。
2. **消費者理論**（第2〜5章）では、家計が予算の範囲内で効用を最大にするように財を選ぶ仕組みを学び、そこから**需要曲線**を導きます。
3. **生産者理論**（第6〜8章）では、企業が利潤を最大にするように生産量を選ぶ仕組みを学び、そこから**供給曲線**を導きます。
4. 需要と供給を1つの市場で出会わせるのが**部分均衡**（第9章）、全ての市場を同時に考えるのが**一般均衡**（第10・11章）です。一般均衡理論では、市場経済が効率的な資源配分を実現することを示す**厚生経済学の基本定理**を学びます。
5. 最後に、市場がうまく働かない場合（第12章の独占、第13章の外部性と公共財）と、ミクロ経済学がマクロ経済学の土台になる仕組み（終章）を学びます。

序.2　3つの柱と本書の構成

序.3　部分均衡と一般均衡

本書の後半の主役である一般均衡理論について、先に全体像を述べておきます。

部分均衡は、1つの市場だけを取り出して、他の市場の価格や人々の所得は変わらないものとみなして分析する方法です。ラーメンの市場を考えるときに、ギョーザの価格や人々

の所得は変わらないとするわけです。分析が簡単で、多くの問題で十分に役立ちます。

しかし、経済の市場は互いにつながっています。小麦の価格が上がればラーメンの値段が上がり、ラーメン店の人手が足りなくなれば賃金が上がります。賃金が上がれば家計の所得が増えて、今度はラーメンだけでなく外食全体の需要が増えます。**一般均衡**は、こうした市場のつながりをすべて考え、**全ての市場が同時に均衡する価格**を求める方法です。経済全体を扱うマクロ経済学は、本質的に一般均衡の考え方の上に成り立っています。

要点

- ミクロ経済学は「最適化 → 均衡 → 評価」の3段階で考える。
- 消費者理論から需要曲線、生産者理論から供給曲線が導かれ、それらが市場で出会って均衡が決まる。
- 一般均衡理論は全ての市場の同時均衡を扱い、市場経済の効率性（厚生経済学の基本定理）を明らかにする。

次の章へ　最適化を数式で表すには、微分と最適化の道具が欠かせません。第1章でまとめて準備しておきます。

第1章

数学の準備

ここまでの流れ　序章で、ミクロ経済学が「最適化 → 均衡 → 評価」の順に考えることを見ました。
この章の問い　ミクロ経済学で使う数学には何があり、それぞれ経済学のどんな考え方を表しているのか。
この章で分かること　微分（限界的な変化）、偏微分、全微分、最適化の一階条件、制約付き最適化のラグランジュ法、同次関数、弾力性です。数学そのものよりも、「経済学のどんな考え方を表すための道具か」を意識して読んでください。第2章以降で必要になったところで、この章に戻ってくる使い方でも構いません。

1.1　微分：「限界」の考え方

アルバイトの勤務を1時間延ばしたら、収入はいくら増えるでしょうか。コーヒーをもう1杯飲んだら、満足はどれだけ増えるでしょうか。経済学では、このように「あと1単位増やしたら、どれだけ変わるか」という考え方を**限界**（marginal）と呼びます。もう1個食べたときの満足の増加が限界効用、もう1人雇ったときの生産の増加が限界生産物、もう1個作るときの費用の増加が限界費用です。

「わずかに増やしたときの変化の割合」を数学で表したものが**微分**です。関数 $y = f(x)$ について、

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{1.1}$$

を x における微分（導関数）と呼びます。グラフでは、その点での**接線の傾き**です。

数式の読み方：よく使う微分の公式

- べき関数：$(x^a)' = a\,x^{a-1}$。例：$(x^2)' = 2x$、$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2}x^{-1/2}$。
- 対数関数：$(\ln x)' = 1/x$。
- 定数倍と和：$(af(x) + bg(x))' = af'(x) + bg'(x)$。
- 積：$(fg)' = f'g + fg'$。商：$(f/g)' = (f'g - fg')/g^2$。
- 合成関数：$\big(f(g(x))\big)' = f'(g(x))\,g'(x)$。例：$(\ln(2x+1))' = \dfrac{2}{2x+1}$。

微分をもう一度行った**2階の微分** $f''(x)$ は、傾き $f'(x)$ がどう変化するかを表しま

す。$f''(x) < 0$ なら、x が増えるほど傾きが小さくなる、つまり「増え方がだんだん鈍る」ことを意味します。1杯目のコーヒーは格別でも、5杯目の満足の増え方は小さい、という感覚です。このような関数を**凹関数**と呼び、限界効用の逓減や限界生産物の逓減を表すのに使います。

1.2 偏微分と全微分

効用や生産は、複数の変数に依存します。たとえば満足は、ラーメンの杯数 x と、ギョーザの皿数 y の両方で決まります。2変数の関数 $z = f(x, y)$ について、y を一定にして x だけを動かしたときの変化の割合を、x についての**偏微分**と呼びます。

$$f_x \equiv \frac{\partial f}{\partial x}, \qquad f_y \equiv \frac{\partial f}{\partial y}$$

計算するときは、他の変数を定数とみなして普通に微分します。例えば $f(x, y) = x^{0.5} y^{0.5}$ なら、$f_x = 0.5 x^{-0.5} y^{0.5}$、$f_y = 0.5 x^{0.5} y^{-0.5}$ です。

x と y が同時に少しずつ（dx、dy）変わったときの z の変化は、それぞれの変化の効果を足し合わせたものになります。これを**全微分**と呼びます。

$$dz = f_x \, dx + f_y \, dy \tag{1.2}$$

数式の読み方

- 式(1.2)は「x が dx 増えると z は約 $f_x \, dx$ 増え、y が dy 増えると約 $f_y \, dy$ 増える。合計の変化はその和」という意味です。
- 全微分は、第2章の無差別曲線の傾き（限界代替率）を求めるときに使います。無差別曲線上では効用が変わらない（$dz = 0$）ので、$f_x \, dx + f_y \, dy = 0$、つまり $dy/dx = -f_x / f_y$ となります。

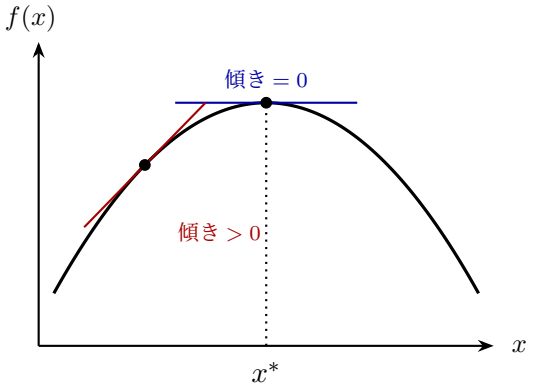
1.3 最適化：一階条件と二階条件

「何時間働くのが一番よいか」を考えてみましょう。働く時間を1時間増やすと、収入が増えます（**限界便益**）。一方で、自由な時間が減ります（**限界費用**）。限界便益が限界費用より大きいうちは、もう1時間働いた方が得です。限界費用の方が大きくなったら、働きすぎです。したがって、ちょうど両者が等しくなるところが最適です。

これを関数で表すと、$f(x)$ を最大にする x では接線が水平になっているはずです。もし傾きが正なら x を増やせば f がもっと大きくなり、負なら減らせば大きくなるからです。そこで、最大化の必要条件は

$$f'(x^*) = 0 \tag{1.3}$$

図 1.1　最大化と一階条件



青の水平線は頂上での接線、赤は頂上より左の点での接線。

図の読み方

1. 頂上より左の点では、接線の傾き（赤）が正です。x を増やせば f はまだ大きくなります。
2. 頂上 x^* では、接線（青）が水平で、傾きはゼロです。これが一階条件 $f'(x^*) = 0$ です。
3. 経済学の言葉でいえば、「もう1単位増やしたときの得（限界便益）と損（限界費用）が等しくなるところで止める」ことに対応します。

です。これを**一階条件**と呼びます。さらに、その点が最大（谷ではなく山の頂上）であるためには、$f''(x^*) < 0$（**二階条件**）が必要です。凹関数なら、一階条件を満たす点は必ず最大点になります。

2変数の関数 $f(x, y)$ を最大にするときは、それぞれの変数について一階条件が成り立ちます：$f_x = 0$、$f_y = 0$。

1.4　制約付き最適化とラグランジュ法

経済学の最適化には、ほとんどの場合**制約**があります。家計は予算の範囲内でしか買えず、企業は技術の範囲内でしか生産できません。次の問題を考えます。

$$\max_{x,y} \; f(x, y) \quad \text{s.t.} \quad g(x, y) = c$$

（s.t. は subject to の略で「〜という制約のもとで」の意味です。）

1.4.1　方法1：代入法

制約式を y について解いて $y = h(x)$ と書けるなら、それを目的関数に代入して $\max_x f(x, h(x))$ という制約のない問題にできます。簡単な問題ではこれで十分です。

計算例：代入法の例

$x + y = 10$ という制約のもとで、xy を最大にします。$y = 10 - x$ を代入すると $x(10 - x) = 10x - x^2$。一階条件は $10 - 2x = 0$ なので $x^* = 5$、$y^* = 5$ です。

1.4.2　方法2：ラグランジュ法

変数が多いときや制約式が複雑なときは、**ラグランジュ法**が便利です。手順は次のとおりです。

1. 制約式を「$= 0$」の形にする：$c - g(x, y) = 0$。
2. 新しい変数 λ（**ラグランジュ乗数**）を掛けて、目的関数に足す：

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda\big[c - g(x, y)\big] \tag{1.4}$$

3. x、y、λ それぞれで偏微分してゼロとおく：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = f_x - \lambda g_x = 0 \tag{1.5}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = f_y - \lambda g_y = 0 \tag{1.6}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = c - g(x, y) = 0 \tag{1.7}$$

4. 式(1.5)と(1.6)から λ を消去する：両式を λ について解くと $f_x / g_x = \lambda = f_y / g_y$ なので

$$\frac{f_x}{f_y} = \frac{g_x}{g_y} \tag{1.8}$$

これと制約式(1.7)を連立させて x, y を求めます。

数式の読み方：ラグランジュ法は何をしているのか

- 式(1.7)は、制約式そのものです。λ で微分すると制約が出てくるので、ラグランジュ関数の一階条件を解けば自動的に制約が満たされます。
- 式(1.8)は、「目的関数の等高線の傾き」と「制約式の傾き」が等しいこと、つまり2つの曲線が**接している**ことを表します。第3章で、これが「無差別曲線と予算線が接する」条件になります。
- λ は、制約を1単位ゆるめたとき（c を1増やしたとき）に、目的関数の最大値がどれだけ増えるかを表します。この意味で λ を**シャドウ・プライス**（影の価格）と呼びます。効用最大化なら「所得が1円増えたときの効用の増加」です。

1.5 同次関数とオイラーの定理

第3章と第8章で使う道具です。いまは読み流して、必要になったときに戻ってきても構いません。

全ての変数を同じ割合 t 倍したときに、関数の値がちょうど t^k 倍になる関数、つまり

$$f(tx, ty) = t^k f(x, y) \quad (\text{全ての } t > 0)$$

を満たす関数をk **次同次関数**と呼びます。生産関数が1次同次なら、全ての投入を2倍すれば生産も2倍になる（規模に関して収穫一定）ことを意味します。需要関数が価格と所得について0次同次なら、全ての価格と所得を2倍しても需要は変わらないことを意味します。

数式の読み方：オイラーの定理

f が1次同次なら、次の関係が成り立ちます。

$$f_x\, x + f_y\, y = f(x, y)$$

導出：$f(tx, ty) = t f(x, y)$ の両辺を t で微分すると、左辺は合成関数の微分で $f_x(tx, ty)\, x + f_y(tx, ty)\, y$、右辺は $f(x, y)$。$t = 1$ とおけば上の式になります。第8章で、この定理から「完全競争では生産物の価値がちょうど資本と労働への支払いに分配される」ことを導きます。

1.6 弾力性

ガソリンの価格が10%上がったとき、需要は何%減るでしょうか。**弾力性**は、「x が1%変化したとき、y が何%変化するか」を表します。

$$\varepsilon_{y,x} = \frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = \frac{dy}{dx}\cdot\frac{x}{y} = \frac{d\ln y}{d\ln x} \tag{1.9}$$

傾き dy/dx と違い、弾力性は単位（円かドルか、個かキロか）に依存しないので、異なる財や国の比較に便利です。最後の等号は、$d\ln y = dy/y$、$d\ln x = dx/x$ から分かります。例えば $y = Ax^a$ なら、$\ln y = \ln A + a\ln x$ なので弾力性はちょうど a です。

要点

- 微分は「限界」の考え方を表す。2階の微分が負（凹関数）なら「増え方が鈍る」。
- 最大化の一階条件は「傾きがゼロ」。経済学では「限界便益 = 限界費用」に対応する。
- 制約付き最大化はラグランジュ法で解く。一階条件は「目的関数の等高線と制約式が接する」ことを表し、乗数 λ は制約の影の価格。
- 1次同次関数にはオイラーの定理が成り立つ。弾力性は単位に依存しない変化の割合。

次の章へ　道具がそろったので、消費者理論に入ります。第2章では、消費者の「好み」を数式で表す選好と効用関数を学びます。

第2章

選好と効用：消費者の好みを表す

> **ここまでの流れ**　第1章で、微分・最適化・ラグランジュ法を準備しました。
> **この章の問い**　人の「好み」は人それぞれですが、それを経済学ではどのように扱い、数式で表すのか。
> **この章で分かること**　好みを順位づけとして表す**選好**、その順位を数値で表す**効用関数**、同じ満足を与える組み合わせを結んだ**無差別曲線**、そして2つの財の主観的な交換比率である**限界代替率**です。第3章で消費者の最適な選択を考えるための土台になります。

2.1　選好

経済学は、「ラーメンより定食が好き」といった個人の好みの中身には立ち入りません。好みの理由は人それぞれですし、それを評価することもしません。代わりに、好みが**順位づけとして矛盾なく表せる**ことだけを仮定します。

消費者が2つの財 x と y を消費する場合を考えます。財の量の組み合わせ (x, y) を**消費の組み合わせ**（消費バンドル）と呼びます。例えば「ラーメン3杯とギョーザ2皿」は $(3, 2)$ です。消費者は2つの組み合わせ A と B を比べて、「A の方が好き」「B の方が好き」「どちらでも同じ」のいずれかを判断できると考えます。この順位づけを**選好**と呼び、次の記号で表します。

- $A \succ B$：A を B より好む（**強い選好**）。
- $A \sim B$：A と B は同じくらい好き（**無差別**）。
- $A \succsim B$：A は B と同じかそれ以上に好き（**弱い選好**）。

2.1.1　選好の公理

分析を進めるために、選好に次の5つの性質（公理）を仮定します。どれも、私たちの日常の感覚に照らして自然な仮定です。

1. **完備性**：どんな2つの組み合わせについても、どちらが好きか（または無差別か）を判断できる。「どちらも比べられない」ということはありません。
2. **推移性**：$A \succsim B$ かつ $B \succsim C$ なら、$A \succsim C$。「定食 $\succ$ ラーメン、ラーメン $\succ$ カレー」なら「定食 $\succ$ カレー」と、好みに矛盾がないということです。

3. **単調性**：どちらの財も、多い方が好ましい（「多いほどよい」）。

4. **凸性**：極端な組み合わせより、それらを混ぜた組み合わせの方が好ましい（または同じ）。ラーメンだけ10杯より、ラーメン5杯とギョーザ5皿の方がよい、という「バランスを好む」感覚です。

5. **連続性**：組み合わせをわずかに変えても、好みが急に入れ替わったりしない。ギョーザを0.01皿増やしただけで、順位が逆転するようなことはありません。

完備性と推移性は、消費者が首尾一貫した順位づけができるという意味で「合理的」であることを表します。推移性が崩れると、$A \succ B$、$B \succ C$、$C \succ A$ のような堂々巡りが起こり、「最も好きなもの」が決められなくなります。また凸性は、後で見る無差別曲線の形（原点に向かって凸）に直接つながる仮定です。

2.2 効用関数

選好が上の公理を満たすとき、選好の順位を数値で表す関数 $u(x, y)$ を作ることができます。

$$A \succsim B \quad \Longleftrightarrow \quad u(A) \geq u(B)$$

この u を**効用関数**と呼び、その値を**効用**と呼びます。

ここで重要なのは、効用の**大小（順序）だけが意味をもち、数値の大きさそのものには意味がない**ことです。映画に10点と5点をつけたとしても、「10点の映画が2倍おもしろい」とは限りません。順位が分かればよいのです。このような考え方を**序数的効用**と呼びます。

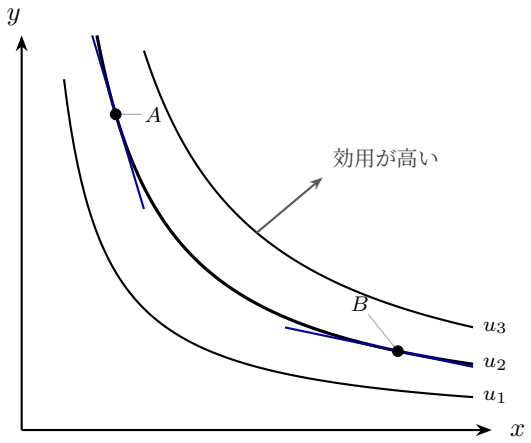
数式の読み方：単調変換

u が選好を表すなら、u を順序を変えない形に変換したもの（**単調増加変換**）、例えば $2u$、$u + 3$、$\ln u$、u^2（$u > 0$ のとき）も同じ選好を表します。順序が変わらないからです。例えば $u = x^{0.5} y^{0.5}$ と、その対数をとった $v = 0.5 \ln x + 0.5 \ln y$ は同じ選好を表します。計算しやすい方を使えばよいので、本書では対数の形をよく使います。この性質は2.4節で大切になります（限界効用の大きさは目盛りで変わりますが、限界代替率は変わりません）。

2.3 無差別曲線

地図の等高線は、同じ高さの地点を結んだ線でした。同じように、効用が等しくなる消費の組み合わせを結んだ曲線を**無差別曲線**と呼びます。登山の例でいえば、山の高さが効用、地図上の位置が消費の組み合わせです。

図 2.1　コブ＝ダグラス型効用関数の無差別曲線



青い線は点 A、B における接線。$u_1 < u_2 < u_3$。

図の読み方

1. 3本の曲線はそれぞれ効用 u_1、u_2、u_3 を与える組み合わせの集まりで、右上の曲線ほど効用が高くなります（単調性）。
2. 無差別曲線は**右下がり**です。x を増やしたら、効用を同じに保つには y を減らさなければならないからです。
3. 無差別曲線は**互いに交わりません**。交わると、交点が2つの異なる効用水準をもつことになり、推移性に矛盾するからです。
4. 無差別曲線は**原点に向かって凸**（ふくらみが原点側）です。点 A（y が多く x が少ない）では接線が急で、点 B（x が多い）では緩やかです。この意味は次の節の限界代替率で説明します。

2.4　限界効用と限界代替率

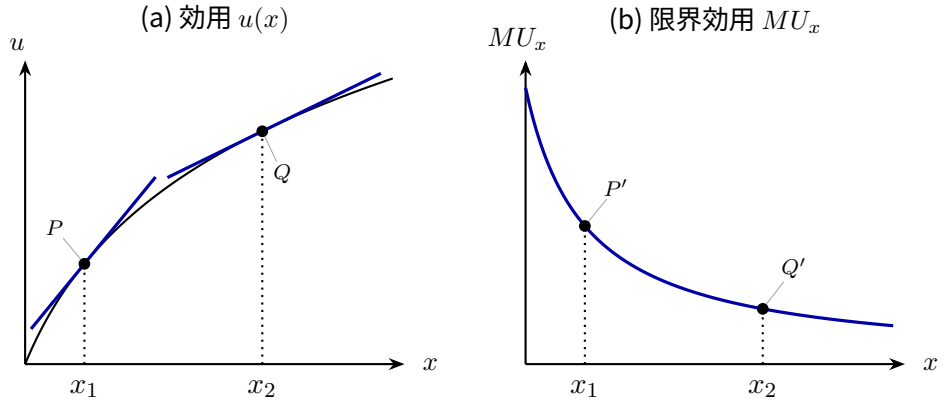
限界効用は、ある財を1単位増やしたときの効用の増加です。

$$MU_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \qquad MU_y = \frac{\partial u}{\partial y}$$

多くの場合、ある財をたくさん持つほど、追加の1単位から得られる満足は小さくなると考えます（**限界効用逓減**）。お腹が空いているときの1杯目のラーメンと、満腹のときの3杯目では、うれしさが違います。図2.2は、ラーメンの杯数 x と効用の関係を描いたものです。

ここで1つ、注意しておきたいことがあります。2.2節で見たとおり、効用の数値そのものには意味がなく、意味をもつのは順序だけでした。u を2倍にしても同じ選好を表しますが、そのとき限界効用も2倍になります。つまり、**限界効用の大きさそのものは、効用の目盛りの取り方で変わってしまいます。**

図 2.2　効用関数と限界効用逓減



(a) の青い線は点 P、Q における接線。$u = \ln(1 + x)$ の場合。

図の読み方

1. **(a)**：効用の曲線は右上がりで、杯数が増えるほど満足は増えます（単調性）。ただし、曲線は次第に寝ていき、増え方は鈍ります。
2. 各点での接線の傾きが、その点での**限界効用**です。杯数が少ない点 P では接線が急で、杯数が多い点 Q では緩やかです。
3. **(b)**：各 x での接線の傾き（限界効用）を描くと、右下がりの曲線になります。点 P' の高さは点 P の接線の傾き、点 Q' の高さは点 Q の接線の傾きです。これが**限界効用逓減**です。

そこで手がかりになるのが、2つの財の限界効用の**比**です。効用を2倍にすると MU_x も MU_y も2倍になりますが、その比は変わりません。次に見る限界代替率は、まさにこの比です。

限界代替率（MRS）は、「x を1単位増やす代わりに、y を何単位までならあきらめてもよいか」を表します。これは、消費者にとっての2財の**主観的な交換比率**であり、無差別曲線の傾き（の絶対値）に等しくなります。

数式の読み方：MRS の導出

無差別曲線上では効用が一定なので、効用の全微分（第1章）はゼロです。

$$du = MU_x\,dx + MU_y\,dy = 0 \qquad \text{（効用一定）}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{MU_x}{MU_y} \qquad \text{（}dy/dx\text{ について解く）}$$

したがって

$$MRS_{xy} \equiv -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{u=\text{一定}} = \frac{MU_x}{MU_y}.$$

意味：x を1単位増やすと効用は MU_x 増えます。それを打ち消すには、y を MU_x/MU_y 単位減らせばよい（y 1単位あたり効用 MU_y なので）。

例：$u = x^{0.5}y^{0.5}$ なら、$MU_x = 0.5x^{-0.5}y^{0.5}$、$MU_y = 0.5x^{0.5}y^{-0.5}$ なので

$$MRS_{xy} = \frac{0.5x^{-0.5}y^{0.5}}{0.5x^{0.5}y^{-0.5}} = \frac{y}{x}.$$

図2.1の点 $A = (2, 8)$ では $MRS = 4$（x 1単位のために y を4単位あきらめてもよい）、点 $B = (8, 2)$ では $MRS = 0.25$ です。x をたくさん持つほど、x を追加で得るために手放してもよい y は少なくなります。これを**限界代替率逓減**と呼び、無差別曲線が原点に向かって凸であることと同じ意味です。

発展：限界効用逓減は選好の性質ではない

効用の数値は順序だけが意味をもつので、効用を単調変換すると、限界効用が逓減するかどうかも変わることがあります。例えば $u = x^{0.5}y^{0.5}$ の2乗をとると $v = xy$ になります。v は u の単調変換なので、同じ選好を表し、無差別曲線も同じ形です。ところが v の限界効用は $MU_x = y$ で、x によらず一定であり、逓減しません。それでも限界代替率は $MU_x/MU_y = y/x$ で、もとの u のときと同じです。

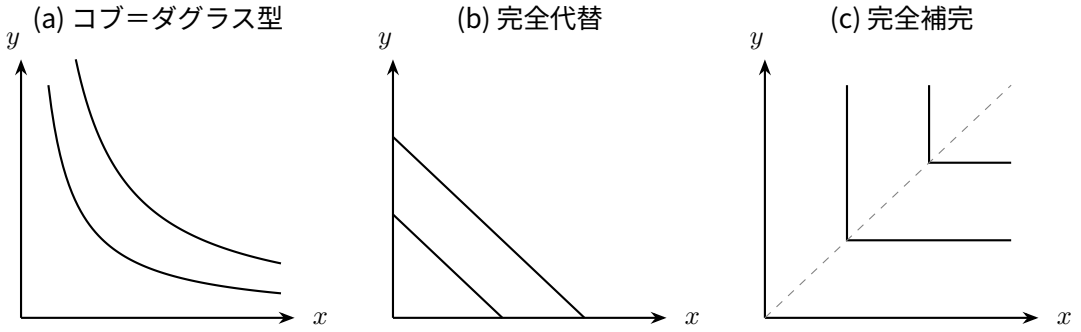
このように、目盛りの取り方で変わってしまう限界効用逓減ではなく、目盛りを変えても変わらない限界代替率の逓減（無差別曲線が原点に向かって凸であること）が、選好の本質的な性質です。図2.2は、限界効用逓減の直感をつかむための例だと考えてください。

2.5 代表的な効用関数

消費者の好みの性質に応じて、無差別曲線の形は変わります。代表的な3つを見てみましょう。

このほか、$u = v(x) + y$ の形（**準線形効用**）もよく使われます。x の需要が所得に依存し

図 2.3　いろいろな選好の無差別曲線



(c) の破線は $x = y$ の線。

図の読み方

1. **(a) コブ＝ダグラス型** $u = x^a y^{1-a}$：最も標準的な形で、原点に向かって凸な無差別曲線をもちます。$MRS = \dfrac{a}{1-a} \cdot \dfrac{y}{x}$。
2. **(b) 完全代替** $u = x + y$：2つの財がまったく同じ役割を果たす場合（例えば、同じ品質の2つのブランドのお茶）。無差別曲線は直線で、MRS は常に1で一定です。
3. **(c) 完全補完** $u = \min\{x, y\}$：2つの財を決まった比率でしか使わない場合（右の靴と左の靴）。無差別曲線は L 字型で、角は $x = y$ の線上にあります。片方だけ増やしても効用は増えません。

なくなるので、部分均衡分析や余剰の分析（第4・9章）で便利です。

要点

- 選好は消費の組み合わせの順位づけで、完備性・推移性・単調性・凸性・連続性を仮定する。
- 効用関数は選好の順位を数値で表したもので、順序だけが意味をもつ（序数的効用）。
- 無差別曲線は右下がり・交わらない・原点に向かって凸。その傾きの絶対値が限界代替率 $MRS_{xy} = MU_x / MU_y$ で、消費者の主観的な交換比率を表す。

次の章へ　消費者の「好み」を表す道具がそろいました。第3章では、これに「予算」という制約を加え、消費者が実際にどの組み合わせを選ぶかを考えます。

第3章

効用最大化と需要

> **ここまでの流れ**　第2章で、消費者の好みを効用関数と無差別曲線で表しました。
> **この章の問い**　限られた所得のもとで、消費者はどの財をどれだけ買うのか。価格や所得が変わると、買う量はどう変わるのか。
> **この章で分かること**　**予算制約**、**効用最大化**の条件（MRS = 価格比）、そこから導かれる**需要関数**と**需要曲線**です。消費者理論の中心となる章です。

3.1　予算制約

消費者は、好きなものを好きなだけ買えるわけではありません。使えるお金には限りがあります。消費者の所得を I、2つの財の価格を p_x、p_y とすると、買える組み合わせ (x, y) は、支出が所得を超えないものです。

$$p_x x + p_y y \leq I \tag{3.1}$$

これを満たす組み合わせの集まりを**予算集合**、等号が成り立つ境界を**予算線**と呼びます。予算線を y について解くと

$$y = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

です。

数式の読み方

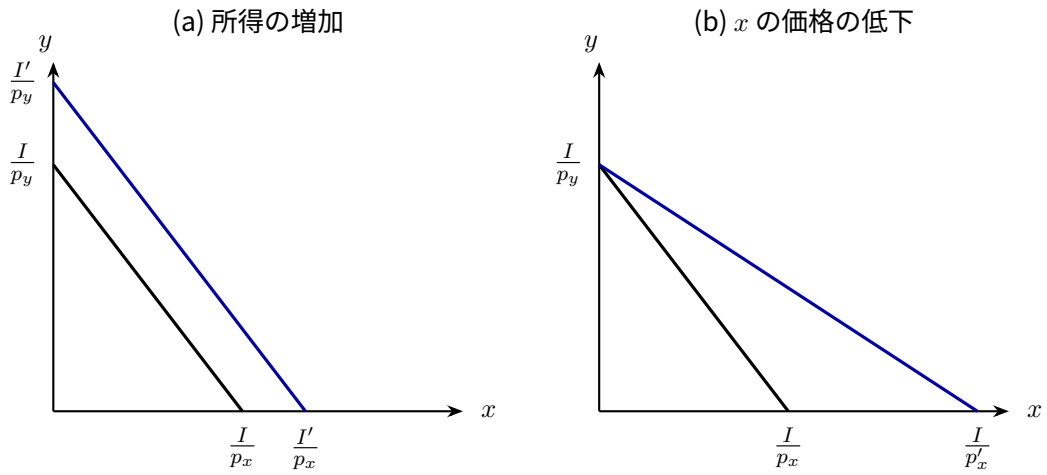
- 縦軸の切片 I/p_y：所得を全部 y に使ったときに買える量。横軸の切片 I/p_x も同様。
- 傾き $-p_x/p_y$（**価格比**）：x を1単位多く買うと、あきらめなければならない y の量。これは**市場での交換比率**です。例えば $p_x = 2$、$p_y = 1$ なら、x 1単位を買うために y 2単位をあきらめる必要があります。

3.2　最適な消費：MRS = 価格比

消費者は、予算制約のもとで効用を最大にする組み合わせを選びます。

$$\max_{x,y} \; u(x, y) \quad \text{s.t.} \quad p_x x + p_y y = I \tag{3.2}$$

図 3.1　予算線の変化



黒は変化前、青は変化後の予算線。

図の読み方

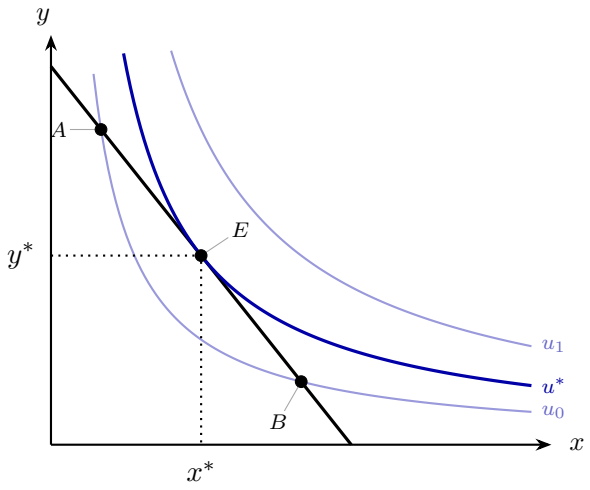
1. **(a) 所得の増加**（$I \to I'$）：価格比は変わらないので傾きは同じまま、予算線が**平行に外側へ**移動します。買える組み合わせが全体的に増えます。
2. **(b) x の価格の低下**（$p_x \to p'_x$）：y だけを買う場合の量（縦軸の切片）は変わらず、横軸の切片 I/p_x だけが大きくなります。予算線は縦軸の切片を中心に**回転**して、傾きが緩やかになります。

単調性（多いほどよい）があるので、最適な組み合わせでは所得を使い切り、予算制約は等号で成り立ちます。

接点 E では、無差別曲線の傾き（MRS）と予算線の傾き（価格比）が等しくなります。

$$MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{p_x}{p_y} \tag{3.3}$$

図 3.2　効用最大化



$u_0 < u^* < u_1$。黒い直線が予算線。

図の読み方

1. 予算線上の点 A や B は買えますが、それらを通る無差別曲線 u_0 より、さらに右上の無差別曲線に届く点があります。
2. u_1 の無差別曲線上の点は、どれも予算線より外側にあり、買えません。
3. 買える範囲で最も右上の無差別曲線に届くのは、無差別曲線が予算線に**接する**点 E です。これが最適な消費 (x^*, y^*) です。

数式の読み方：なぜ MRS = 価格比なのか

例えば点 A のように $MRS_{xy} > p_x/p_y$ だとします。具体的に $MRS = 4$、$p_x/p_y = 2$ としましょう。

- 消費者は「x 1単位のためなら y を4単位まで手放してもよい」と思っています（主観的な交換比率）。
- 市場では y を2単位手放せば x を1単位買えます（市場の交換比率）。
- y を2単位減らして x を1単位増やすと、効用は増えます（y を4単位まで手放してよかったのに、2単位で済んだので）。

こうして x を増やしていくと、限界代替率逓減によって MRS が下がり、価格比に等しくなったところで、それ以上組み替えても得をしなくなります。逆に $MRS < p_x/p_y$ なら y を増やすのが得です。

式(3.3)は $\dfrac{MU_x}{p_x} = \dfrac{MU_y}{p_y}$ とも書けます。「1円あたりの限界効用がどの財でも等しい」という意味で、**加重限界効用均等の法則**と呼ばれます。もしある財の1円あたりの限界効用が

大きければ、その財にお金を回した方が効用が増えるからです。

3.3 ラグランジュ法による導出

効用最大化問題(3.2)をラグランジュ法（第1章）で解きます。

$$\mathcal{L} = u(x, y) + \lambda\,(I - p_x x - p_y y) \tag{3.4}$$

一階条件は

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = MU_x - \lambda p_x = 0 \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = MU_y - \lambda p_y = 0 \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_x x - p_y y = 0 \tag{3.7}$$

です。式(3.5)を式(3.6)で割ると λ が消えて、式(3.3)が得られます。また式(3.5)から $\lambda = MU_x/p_x$ なので、λ は「1円あたりの限界効用」、すなわち**所得の限界効用**を表します。

3.3.1 コブ＝ダグラス型の需要関数

$u = a\ln x + (1-a)\ln y$（$0 < a < 1$）の場合を、一般の価格と所得で解いてみましょう。

$$\frac{a}{x} = \lambda p_x \qquad \text{（式(3.5)：}MU_x = a/x\text{）}$$

$$\frac{1-a}{y} = \lambda p_y \qquad \text{（式(3.6)：}MU_y = (1-a)/y\text{）}$$

$$p_x x = \frac{a}{\lambda},\quad p_y y = \frac{1-a}{\lambda} \qquad \text{（それぞれ支出額について解く）}$$

$$I = p_x x + p_y y = \frac{a}{\lambda} + \frac{1-a}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \qquad \text{（2式を足して予算制約に代入）}$$

よって $\lambda = 1/I$ で、これを支出額の式に戻すと

$$x^* = \frac{a\,I}{p_x}, \qquad y^* = \frac{(1-a)\,I}{p_y} \tag{3.8}$$

となります。

数式の読み方：需要関数の読み方

- $p_x x^* = aI$：コブ＝ダグラス型では、**所得の一定割合 a を x に支出する**。a は x への支出シェアを表します。
- x^* は p_x が上がると減ります（需要法則）。所得 I が増えると増えます（正常財）。
- x^* は p_y に依存しません。これはコブ＝ダグラス型の特殊な性質です。
- 図3.2は $a = 0.5$、$I = 12$、$p_x = 2$、$p_y = 1$ で描いたもので、需要関数に代入すると $x^* = 3$、$y^* = 6$ となり、図の点 E と一致します。

3.4 需要関数の一般的な性質

一般に、効用最大化の解は価格と所得の関数として

$$x^* = x(p_x, p_y, I), \qquad y^* = y(p_x, p_y, I)$$

と表されます。これを（マーシャルの）**需要関数**と呼びます。どんな効用関数でも、次の2つの性質が成り立ちます。

- **0次同次性**：全ての価格と所得を t 倍しても需要は変わらない。$x(tp_x, tp_y, tI) = x(p_x, p_y, I)$。予算線が全く変わらないからです。お金の単位を円から銭に変えても選択は変わらない、という当たり前の性質ですが、一般均衡理論（第10章）で「意味をもつのは価格の比（相対価格）だけ」という重要な結論につながります。
- **予算の使い切り**：$p_x x^* + p_y y^* = I$。これも第10章のワルラス法則の基礎になります。

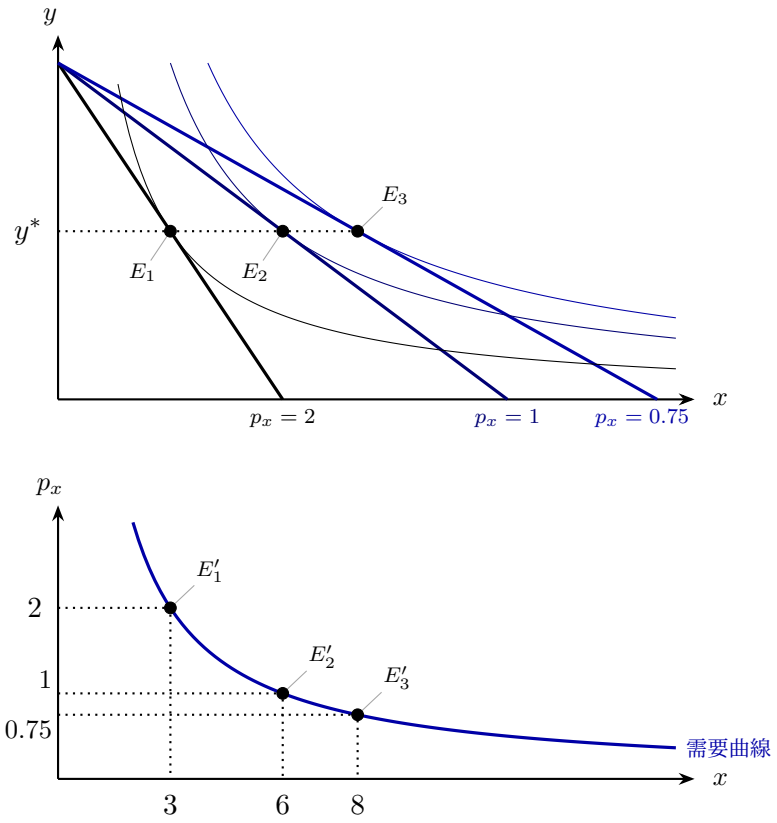
補足：端点解

完全代替（$u = x + y$）のように無差別曲線が直線の場合、接点がないことがあります。このときは、予算線の端（x だけ、または y だけを買う点）が最適になります（**端点解**）。$p_x < p_y$ なら x だけを買う、というように、安い方だけを買うのが最適です。本書では主に、無差別曲線が滑らかで原点に向かって凸な場合（**内点解**）を考えます。

3.5 価格の変化と需要曲線

スーパーで、ある商品が安くなると、ついいつもより多く買ってしまいます。x の価格 p_x だけを変えて、そのたびに最適な消費を求めると、p_x と x^* の関係、すなわち**需要曲線**が得られます。

図 3.3　需要曲線の導出



図の読み方

1. **上の図**：x の価格が下がると、予算線は縦軸の切片を中心に外側へ回転し、最適な点は $E_1 \to E_2 \to E_3$ と移ります。この点を結んだ線を**価格消費曲線**と呼びます（コブ＝ダグラス型では y^* が一定なので水平）。
2. **下の図**：各価格と、そのときの x の最適な量の組を描くと、右下がりの**需要曲線**になります。上下の図の横軸はそろえてあります。

3.6　所得の変化と財の分類

所得 I が増えたとき、需要が増える財を**正常財**、減る財を**劣等財**と呼びます。所得と需要量の関係を描いた曲線を**エンゲル曲線**と呼びます。コブ＝ダグラス型では $x^* = aI/p_x$ なので、エンゲル曲線は原点を通る直線で、両方の財が正常財です。

需要が価格と所得にどれだけ反応するかは、弾力性（第1章）で表します。

- **需要の価格弾力性**：$\varepsilon_p = -\dfrac{\partial x}{\partial p_x}\dfrac{p_x}{x}$（価格が1%上がると需要が何%減るか。正の値になるようにマイナスをつける）。
- **需要の所得弾力性**：$\varepsilon_I = \dfrac{\partial x}{\partial I}\dfrac{I}{x}$。正なら正常財、負なら劣等財。1より大きい財を**奢侈品**、0と1の間の財を**必需品**と呼びます。

コブ＝ダグラス型の需要 $x = aI/p_x$ では、価格弾力性も所得弾力性もちょうど1です。

要点

- 消費者は予算制約のもとで効用を最大化する。最適な点では無差別曲線と予算線が接し、$MRS_{xy} = p_x/p_y$（主観的な交換比率＝市場の交換比率）。
- ラグランジュ乗数 λ は所得の限界効用。$MU_x/p_x = MU_y/p_y = \lambda$。
- 効用最大化の解が需要関数 $x(p_x, p_y, I)$。0次同次で、予算を使い切る。コブ＝ダグラス型では $x = aI/p_x$。
- 価格を変えて最適点をたどると需要曲線が得られる。

次の章へ　価格が下がると需要が増えるのはなぜでしょうか。第4章では、価格の変化の効果を「相対価格が変わる効果」と「実質的に豊かになる効果」に分けて考えます。

大学院とのつながり　大学院のマクロ経済学では、家計の効用最大化をラグランジュ法で解く場面が何度も出てきます。とくに、乗数 λ を「所得の限界効用（お金1単位の効用での価値）」と解釈することは、時間を通じた消費・貯蓄の選択を考えるときの鍵になります。

第4章

価格変化の効果：代替効果と所得効果

> **ここまでの流れ**　第3章で、効用最大化から需要関数と需要曲線を導きました。
> **この章の問い**　価格が下がると需要が増えるのはなぜか。その理由をもっと細かく分けることはできるのか。
> **この章で分かること**　価格変化の効果を**代替効果**と**所得効果**に分ける**スルツキー分解**、それを支える**支出最小化**と**双対性**、そして消費者の得を金額で測る**消費者余剰**です。

4.1　価格変化の2つの効果

ラーメンの値段が下がると、ラーメンを食べる回数が増えるのが普通です。ところが、この「増える」には、実は性質の違う2つの理由が混ざっています。

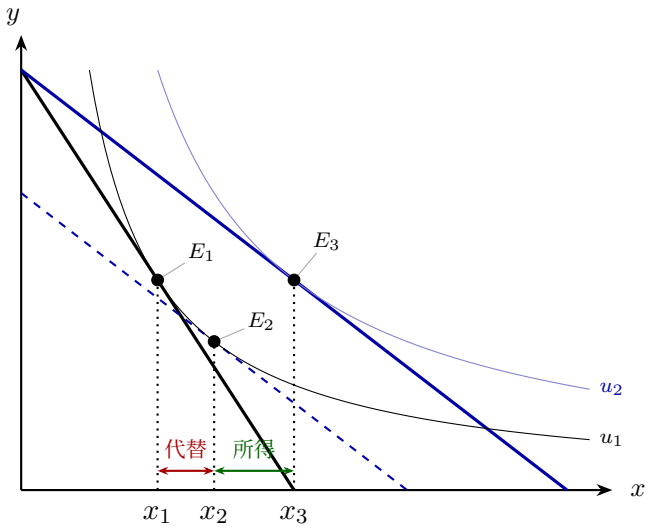
1. **相対価格の変化**：ラーメンが他の食事に比べて割安になります。同じ満足を得るなら、割安になったラーメンを多く食べ、他のものを減らす方が得です。これを**代替効果**と呼びます。
2. **実質所得の変化**：同じ所得で、以前より多く買えるようになります。つまり、実質的に豊かになったわけです。豊かになったことで需要が変わるのが**所得効果**です。

2つの効果を分けて考えると、価格が下がっても需要が増えないという珍しい場合も、きちんと説明できるようになります。

4.2　スルツキー分解：図で見る

2つの効果を分けるには、「価格は新しいものにするが、効用は元の水準のままにする」という仮想的な状況を考えます。具体的には、新しい価格比をもつ予算線を、元の無差別曲線に接するところまで平行に動かします（その分だけ所得を取り上げると考えます）。この仮想的な予算線を**補償予算線**と呼びます。

図 4.1　代替効果と所得効果



p_x が下がった場合。黒は元の予算線、青の実線は新しい予算線、青の破線は補償予算線。

図の読み方

1. はじめ、消費者は元の予算線（黒）と無差別曲線 u_1 の接点 E_1 にいます。
2. p_x が下がると予算線は青の実線に回転し、新しい最適点は E_3 です。x は x_1 から x_3 に増えます。これが価格変化の**全体の効果**です。
3. 青の破線は、新しい価格比をもちながら、元の無差別曲線 u_1 に接するように所得を調整した補償予算線です。その接点が E_2 です。
4. $E_1 \to E_2$（$x_1 \to x_2$）が**代替効果**：効用を一定に保ったまま、相対的に安くなった x に乗り換える効果。
5. $E_2 \to E_3$（$x_2 \to x_3$）が**所得効果**：補償予算線から新しい予算線へ平行に外側に移る、つまり実質的に豊かになる効果。

計算例：図の数値の確かめ

図は $u = 0.5 \ln x + 0.5 \ln y$、$I = 12$、$p_y = 1$ で、p_x が2から1に下がった場合です。

- 元の点 E_1 は $x_1 = 3$、$y = 6$ です。新しい点 E_3 は $x_3 = 6$、$y = 6$ です。
- 補償予算線上の点 E_2 は、新しい価格（$p_x = p_y = 1$）で元の効用の水準に接する点で、$x_2 = y_2 = \sqrt{18} \approx 4.24$ です。
- したがって、代替効果は $4.24 - 3 \approx 1.24$、所得効果は $6 - 4.24 \approx 1.76$ で、合計はちょうど 3 になります。

4.3 代替効果は必ず負：需要法則の理由

代替効果は、同じ無差別曲線の上での移動です。無差別曲線は原点に向かって凸なので、価格比が緩やかになれば（x が相対的に安くなれば）、接点は必ず x が多い方へ移ります。つまり、**代替効果は常に「価格が下がれば需要が増える」方向に働きます**（価格の変化と需要の変化が逆向きなので「負」と言います）。

一方、所得効果の向きは、財の種類によって違います。所得が増えたときに需要が増える財（正常財）なら、所得効果も需要を増やす向きに働きます。反対に、所得が増えると需要が減る財（劣等財）では、所得効果は逆向きに働きます。

財の種類	代替効果	所得効果	価格が下がったときの需要
正常財	増やす	増やす	必ず増える
劣等財	増やす	減らす	普通は増える（代替効果が大きい）
ギッフェン財	増やす	大きく減らす	減る（需要曲線が右上がり）

ギッフェン財は、所得効果が代替効果を上回るほど強い劣等財です。たとえば、とても貧しい家計にとっての主食が、値下がりして実質的に豊かになった結果、かえって食べる量が減る、という場合です。理論的にはありえますが、現実にはきわめてまれです。

4.4 支出最小化と補償需要

代替効果を式で扱うために、効用最大化の「裏返し」の問題を考えます。「満足の水準を落とさずに、できるだけ安く暮らすにはどうすればよいか」という問題です。

$$\min_{x,y} \; p_x x + p_y y \quad \text{s.t.} \quad u(x,y) = \bar{u} \tag{4.1}$$

ある効用水準 $\bar{u}$ を、最も安い費用で達成する問題なので、**支出最小化問題**と呼びます。

数式の読み方：支出最小化の解き方

ラグランジュ関数は $\mathcal{L} = p_x x + p_y y + \mu\,[\bar{u} - u(x,y)]$ です。一階条件は

$$p_x = \mu\, MU_x, \qquad p_y = \mu\, MU_y$$

で、比をとると $MU_x/MU_y = p_x/p_y$。効用最大化と**同じ接点の条件**が出てきます。図でいえば、無差別曲線 $\bar{u}$ を固定して、それに接する最も内側の予算線（支出が最小の予算線）を探していることになります。

支出最小化の解を

$$h_x(p_x, p_y, \bar{u}), \qquad h_y(p_x, p_y, \bar{u})$$

と書き、**補償需要関数**（ヒックスの需要関数）と呼びます。効用を一定に保ったときの需要なので、価格の変化に対する反応は**代替効果だけ**を表します。また、最小化された支出額

$$e(p_x, p_y, \bar{u}) = p_x h_x + p_y h_y$$

を**支出関数**と呼びます。

4.5 双対性

効用最大化と支出最小化は、同じ接点を別の方向から見た問題です。

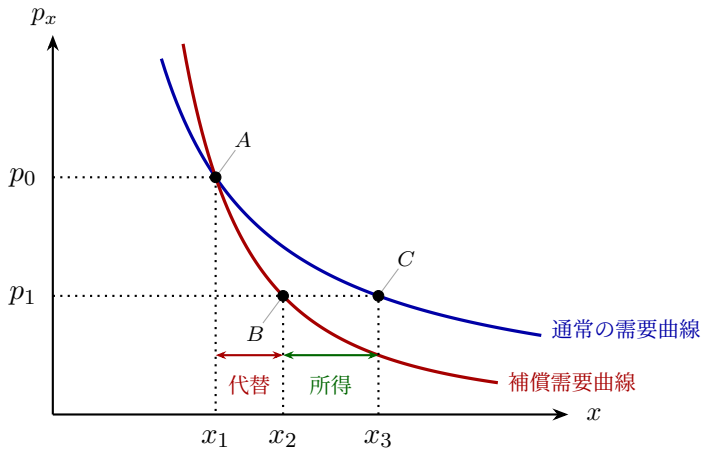
- 効用最大化：所得 I を固定して、効用を最大にする $\to$ 最大化された効用 $v(p_x, p_y, I)$（**間接効用関数**）。
- 支出最小化：効用 $\bar{u}$ を固定して、支出を最小にする $\to$ 最小化された支出 $e(p_x, p_y, \bar{u})$（支出関数）。

所得 I で効用 v が得られるなら、効用 v を得るのに必要な最小の支出はちょうど I です。したがって

$$e(p_x, p_y, v(p_x, p_y, I)) = I, \qquad h_x(p_x, p_y, \bar{u}) = x(p_x, p_y, e(p_x, p_y, \bar{u})) \tag{4.2}$$

が成り立ちます。この対応関係を**双対性**と呼びます。

図 4.2　通常の需要曲線と補償需要曲線



横軸の x_1, x_2, x_3 は図4.1と同じ点に対応する。

図の読み方

1. 青い曲線は、第3章で導いた通常の需要曲線です。価格が変わると、代替効果と所得効果の**両方**を含んで需要が変わります。
2. 赤い曲線は補償需要曲線です。効用を元の水準に保つように所得を調整するので、価格に対する反応は代替効果**だけ**です。
3. 2本の曲線は、元の価格 p_0 の点 A で交わります。この価格では、所得の調整が必要ないからです。
4. 価格が p_1 に下がると、通常の需要は点 C（x_3）まで増えますが、補償需要は点 B（x_2）までしか増えません。この差 $B \to C$ が所得効果です。正常財では、補償需要曲線の方が通常の需要曲線より急になります。

発展：スルツキー方程式の導出

式(4.2)の2つ目の式 $h_x(p, \bar{u}) = x(p, e(p, \bar{u}))$ の両辺を p_x で微分します（合成関数の微分）。

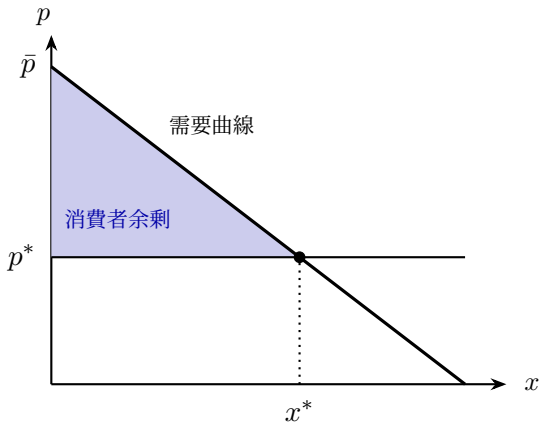
$$\frac{\partial h_x}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} + \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{\partial e}{\partial p_x}$$

支出関数を価格で微分すると補償需要が得られます（**シェパードの補題**）：$\partial e/\partial p_x = h_x$。さらに、元の価格と元の効用水準では補償需要と通常の需要は一致する（$h_x = x$）ので、整理すると

$$\underbrace{\frac{\partial x}{\partial p_x}}_{\text{全体の効果}} = \underbrace{\frac{\partial h_x}{\partial p_x}}_{\text{代替効果 } (<0)} \underbrace{- x \frac{\partial x}{\partial I}}_{\text{所得効果}}.$$

これを**スルツキー方程式**と呼びます。所得効果の項に x が掛かっているのは、もともと x をたくさん買っている人ほど、値下がりで得をする金額が大きいからです。

図 4.3　消費者余剰



直線の需要曲線の場合。

図の読み方

1. 需要曲線の高さは、各単位の財に対する支払意思額です。1単位目には $\bar{p}$ 近くまで払ってもよいと思っていますが、たくさん持つほど追加の1単位に払ってもよい額は下がります。
2. 実際の価格は p^* なので、x^* 単位まで買います。各単位で「払ってもよい額 − 実際に払う額」の得があり、その合計が青い三角形の面積、つまり消費者余剰です。
3. 価格が下がると、三角形が大きくなり、消費者余剰が増えます。

4.6　消費者余剰

価格の変化で消費者がどれだけ得をしたかを、金額で測る方法を考えます。

需要曲線の高さは、その数量の財を**もう1単位手に入れるために払ってもよい最大の金額（支払意思額）**を表すと読むことができます。実際に払う価格との差が、その1単位から得る「得」です。これを全ての単位について足し合わせたものが**消費者余剰**です。

補足：消費者余剰が正確な尺度になる条件

需要曲線の下の面積が厳密に消費者の得を表すのは、所得効果がない場合（準線形効用 $u = v(x) + y$ の場合）です。所得効果がある場合は近似になります。所得効果が小さい財（支出のごく一部しか占めない財）では、よい近似になると考えられています。

要点

- 価格の変化の効果は、効用一定のもとでの**代替効果**と、実質所得の変化による**所得効果**に分けられる（スルツキー分解）。代替効果は必ず負。
- 支出最小化問題の解が補償需要関数で、その価格への反応は代替効果だけを表す。効用最大化と支出最小化は双対の関係にある。
- 消費者余剰（需要曲線と価格の間の面積）は、消費者が市場取引から得る利益を金額で表す。

次の章へ　消費者理論の基本ができました。第5章では、この道具を「働くか休むか」「今使うか将来使うか」「不確実なときどうするか」という3つの重要な選択に応用します。

第5章

消費者理論の応用：労働・貯蓄・リスク

ここまでの流れ　第3・4章で、2つの財の間の選択として消費者理論を学びました。
この章の問い　「どれだけ働くか」「今使うか将来に残すか」「リスクのある選択をどう評価するか」も、同じ道具で分析できるのか。
この章で分かること　3つの選択はすべて、「2つの財の選択」として読み替えれば、第3・4章の道具がそのまま使えます。**労働供給、異時点間の消費選択、期待効用**を学びます。どれもマクロ経済学で繰り返し使われる重要な応用です。

5.1　労働供給：消費と余暇の選択

時給が上がったら、もっと働きたくなるでしょうか。それとも、収入が増えた分だけ休みを増やしたくなるでしょうか。この問いは、「消費」と「余暇」という2つの財の選択として考えることができます。

1日の持ち時間を1とし、そのうち h を働き、残り $l = 1 - h$ を余暇（自由な時間）に使うとします。時給（実質賃金）を w、働かなくても入る所得（資産所得など）を m とすると、消費 c は

$$c = wh + m = w(1 - l) + m$$

です。これを整理すると

$$c + w\,l = w + m \tag{5.1}$$

となります。

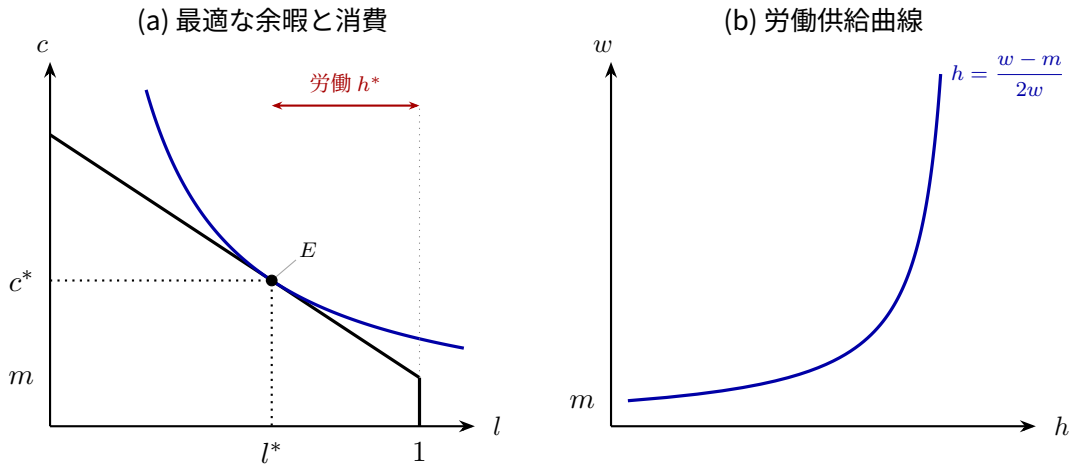
数式の読み方：余暇を「財」として読む

- 式(5.1)は、消費 c（価格1）と余暇 l（価格 w）という2つの財を、所得 $w + m$ で買う予算制約と同じ形です。
- **余暇の価格は賃金 w**：1時間休むと、その時間に働けば得られた賃金 w をあきらめることになる（**機会費用**）からです。
- 右辺の $w + m$ は、持ち時間を全部働いたときの所得（**完全所得**）です。

消費者は効用 $u(c, l)$ を最大にします。第3章と同じく、最適な点では

$$MRS_{lc} = \frac{MU_l}{MU_c} = w \tag{5.2}$$

図 5.1　消費と余暇の選択と労働供給曲線



(a) の黒い線が予算線（余暇が1を超えることはできない）。

図の読み方

1. **(a)**：横軸は余暇、縦軸は消費です。予算線は傾き $-w$ の直線で、余暇を全部とる点（$l=1$）では消費は m だけになります。無差別曲線と予算線の接点 E が最適で、余暇 l^*、労働 $h^*=1-l^*$、消費 c^* が決まります。
2. **(b)**：賃金 w を変えて最適な労働時間を描いたのが労働供給曲線です。この例では右上がりで、賃金が上がるほど多く働きます。

が成り立ちます。「余暇を1時間増やすためにあきらめてもよい消費の量」が「賃金」に等しい、という条件です。

数式の読み方：例の計算

図は $u=\ln c+\ln l$ の場合です。$MU_l/MU_c=(1/l)/(1/c)=c/l$ なので、式(5.2)より $c=wl$。予算制約(5.1)に代入すると $2wl=w+m$、よって

$$l^*=\frac{w+m}{2w},\qquad h^*=1-l^*=\frac{w-m}{2w}.$$

m が増えると h^* は減ります（豊かになると余暇を増やす）。w が上がると h^* は増えます。

5.1.1　賃金の上昇は労働を増やすか

賃金の上昇は、第4章の2つの効果を通じて労働供給に影響します。

- **代替効果**：余暇の価格（賃金）が上がるので、余暇を減らして**多く働く**。
- **所得効果**：働いている人は賃金の上昇で豊かになるので、余暇（正常財）を増やし

て**少なく働く**。

どちらが大きいかで、労働供給曲線は右上がりにも右下がりにもなります。賃金が高い領域では所得効果が勝って、労働供給曲線が後ろに曲がる（**後方屈曲**）可能性もあります。

5.2 異時点間の選択：今と将来

ボーナスが出たとき、今すぐ使うか、貯金して将来に回すか迷うことがあります。この選択も、「今の財」と「将来の財」という2つの財の選択として考えることができます。

今期と来期の2期間を生きる消費者を考えます。今期・来期の所得を y_1、y_2、利子率を r とし、自由に貯蓄・借入ができるとします。今期に c_1 使うと、貯蓄 $y_1 - c_1$ が来期 $(1+r)$ 倍になるので、来期の消費は $c_2 = y_2 + (1+r)(y_1 - c_1)$ です。両辺を $1+r$ で割って整理すると、**生涯の予算制約**

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r} \tag{5.3}$$

が得られます。

数式の読み方

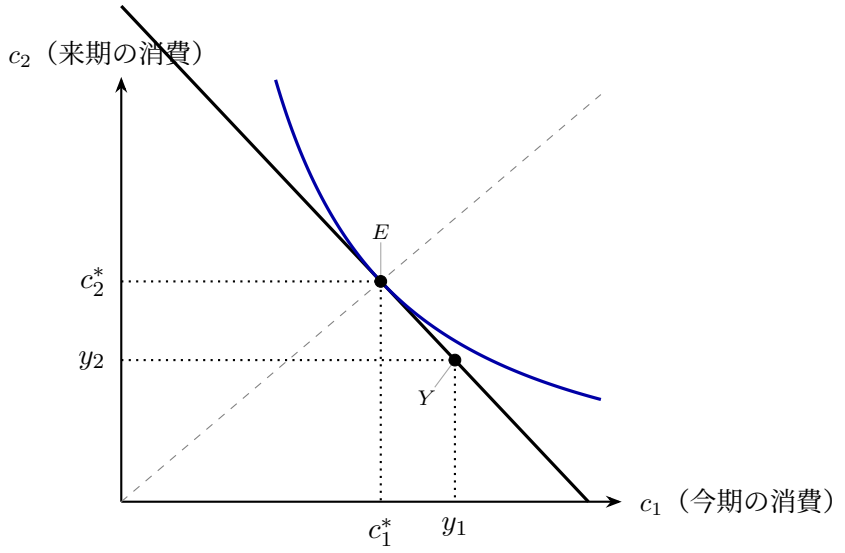
- 式(5.3)は「今期の財」と「来期の財」の2つの財の予算制約です。来期の財の価格（今期の財で測った値段）は $1/(1+r)$ です。今 $1/(1+r)$ だけ貯蓄すれば、来期に1単位の財が手に入るからです。
- つまり**利子率は、今の財と将来の財の相対価格**です。利子率が上がると、将来の財が相対的に安くなります。
- $\dfrac{c_2}{1+r}$ のように将来の金額を $1+r$ で割ったものを**割引現在価値**と呼びます。

効用を $U = u(c_1) + \beta u(c_2)$ とします。β（0と1の間）は将来の効用を割り引く係数で、「せっかちさ」を表します。最適な点では、MRS = 価格比より

$$\frac{u'(c_1)}{\beta\, u'(c_2)} = 1 + r \quad \Longleftrightarrow \quad u'(c_1) = \beta(1+r)\, u'(c_2) \tag{5.4}$$

が成り立ちます。これを**オイラー方程式**と呼びます。

図 5.2　異時点間の消費選択



黒い直線が生涯の予算線（傾きは $-(1+r)$）、灰色の破線は $c_1 = c_2$ の線。

図の読み方

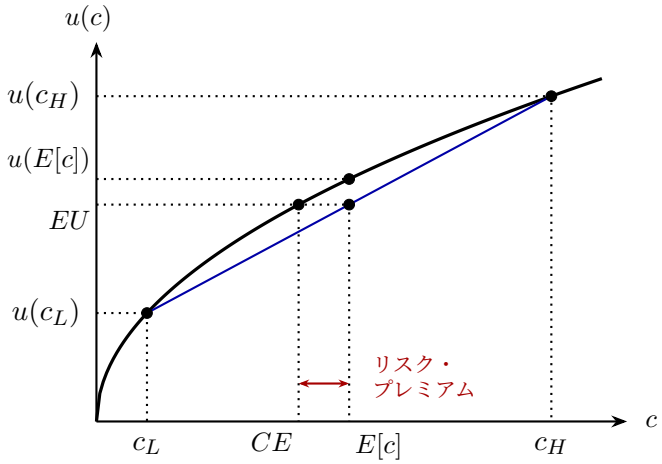
1. 点 Y は、各期の所得をそのまま消費する点です。貯蓄も借入もしないので、予算線は必ず点 Y を通ります。
2. 予算線の傾きは $-(1+r)$ です。今期の消費を1単位あきらめて貯蓄すると、来期の消費が $1+r$ 単位増えます。
3. 無差別曲線が予算線に接する点 E が最適な選択です。点 E は点 Y より左にあるので、今期の所得の一部を貯蓄して、来期の消費に回しています。
4. この例では $\beta(1+r) = 1$ なので、点 E は破線（$c_1 = c_2$）の上にあります。今期と来期の消費が等しくなる「消費の平準化」です。

数式の読み方：オイラー方程式の意味

- 左辺：今期の消費を1単位減らしたときに失う効用。
- 右辺：その1単位を貯蓄すると来期 $1+r$ 単位になり、それを消費して得る効用（β で割り引く）。
- 最適な選択では両者が等しい。$\beta(1+r) = 1$ なら $c_1 = c_2$ となり、消費は平らにならされます（**消費の平準化**）。利子率が高い（$\beta(1+r) > 1$）と、将来の消費を多くする方が得になります。

利子率の上昇が貯蓄に与える影響も、代替効果（将来の財が安くなるので今の消費を減らす＝貯蓄を増やす）と所得効果（貯蓄している人は利子収入で豊かになり、今の消費も増やす＝貯蓄を減らす）に分かれ、方向は理論的には決まりません。

図 5.3　危険回避：凹な効用関数



確率 1/2 ずつで c_L または c_H になるくじの場合。

図の読み方

1. 黒い曲線は効用関数で、凹（増え方が鈍る）です。
2. くじの期待値 $E[c]$ は c_L と c_H の中間です。もし確実に $E[c]$ がもらえれば、効用は $u(E[c])$ です。
3. くじの期待効用 EU は、2つの結果の効用の平均で、青い直線の中点の高さです。
4. 凹な効用関数では、直線（平均）が曲線より下にあるので、$EU < u(E[c])$：**平均が同じなら、リスクのない方を好む**。これを**危険回避**と呼びます。
5. くじと同じ効用を与える確実な金額を**確実性等価**（CE）と呼びます。期待値との差 $E[c] - CE$ が**リスク・プレミアム**で、リスクを避けるために手放してもよい金額を表します。

5.3　不確実性と期待効用

「確実に500円もらえる」ことと、「コインの表なら1,000円、裏なら0円」のくじとでは、どちらを好むでしょうか。くじの期待値は500円で同じですが、多くの人は確実な方を選びます。このような選択を、結果が確率的に決まる場合の効用として考えてみましょう。

確率 π で消費が c_H、確率 $1-\pi$ で c_L になるくじを考えます。消費者は、このくじを**期待効用**

$$EU = \pi\, u(c_H) + (1-\pi)\, u(c_L) \tag{5.5}$$

で評価すると考えます（**期待効用理論**）。結果ごとの効用を、確率で重みをつけて平均したものです。

計算例：図の数値

図は $u(c)=\sqrt{c}$、$c_L=1$、$c_H=9$ の場合です。期待値は $E[c]=5$、$u(E[c])=\sqrt{5}\approx 2.24$、期待効用は $EU=(1+3)/2=2$ です。確実性等価は $\sqrt{CE}=2$ より $CE=4$ で、リスク・プレミアムは $5-4=1$ になります。

危険回避の度合いは、効用関数の曲がり具合で測ります。代表的な指標が**相対的危険回避度** $-c\,u''(c)/u'(c)$ です。マクロ経済学でよく使う $u(c)=\dfrac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$ では、これがちょうど σ になります（**CRRA 型**）。

要点

- 労働供給は「消費」と「余暇」の選択。余暇の価格は賃金で、最適条件は $MU_l/MU_c=w$。
- 異時点の選択は「今の財」と「将来の財」の選択。利子率は2つの財の相対価格で、最適条件はオイラー方程式 $u'(c_1)=\beta(1+r)u'(c_2)$。
- 不確実性のもとでは期待効用で評価する。効用関数が凹なら危険回避的で、確実性等価は期待値より小さい。

次の章へ　消費者理論はここまでです。第6章からは、財を作る側、つまり企業の行動を考える生産者理論に入ります。

大学院とのつながり　この章の3つの応用は、大学院マクロ経済学の中心的な部品です。オイラー方程式は無限期間に伸ばされてラムゼイモデルやニューケインジアンモデルの家計の最適条件になり、労働供給の条件 $MU_l/MU_c=w$ は景気循環モデル（RBC）の労働市場を、CRRA 型の効用関数と危険回避は資産価格の理論を支えます。

第6章

生産技術：生産関数と等量曲線

> **ここまでの流れ**　第2〜5章で、家計がどのように財を選ぶか（需要側）を学びました。
> **この章の問い**　財を作る企業は、どのような技術の制約に直面しているのか。投入を増やすと生産はどう増えるのか。
> **この章で分かること**　企業の技術を表す**生産関数**、投入を1つだけ変える**短期**の分析（限界生産物と平均生産物）、全ての投入を変えられる**長期**の分析（等量曲線と技術的限界代替率）、そして**規模に関する収穫**です。消費者理論との対応を意識すると理解しやすくなります。

6.1　生産関数

製品を作る工場を思い浮かべてください。製品を作るには、働く人（労働 L）と、機械や建物といった設備（資本 K）が必要です。このように、財を作るために投入するものを**生産要素**と呼びます。投入と、それによって作ることのできる最大の産出量 q との関係を表すのが**生産関数**です。

$$q = F(K, L) \tag{6.1}$$

生産関数は、企業が直面する**技術的な制約**を表しています。消費者にとっての効用関数に当たりますが、効用と違って産出量は実際に数えられる量（基数）なので、「2倍作れる」といった比較に意味があります。マクロ経済学では、経済全体の生産を $Y = F(K, L)$ のように、資本と労働から決まるものとして表します。この章の生産関数は、その土台にあたります。

6.2　短期：1つの投入だけを変える

注文が増えたからといって、工場の機械をすぐに増やすことはできません。このように、設備（資本）がすぐには変えられない期間を**短期**と呼び、資本を $\bar{K}$ に固定して、労働だけを変えられると考えます。このとき生産関数は労働だけの関数 $q = F(\bar{K}, L)$ になり、これを**総生産物**と呼びます。

- **労働の限界生産物**：$MP_L = \dfrac{\partial F}{\partial L}$（労働者を1人増やしたときの生産の増加）。
- **労働の平均生産物**：$AP_L = \dfrac{q}{L}$（労働者1人当たりの生産）。

数式の読み方：限界と平均の関係

平均生産物 $AP_L = q/L$ を L で微分すると（商の微分）、

$$\frac{d\,AP_L}{dL} = \frac{MP_L \cdot L - q}{L^2} = \frac{1}{L}\big(MP_L - AP_L\big).$$

したがって、$MP_L > AP_L$ なら平均は上がり、$MP_L < AP_L$ なら下がり、平均が最大のところで $MP_L = AP_L$ です。テストの平均点と同じで、平均より高い点の人が加わると平均は上がります。この関係は第7章の平均費用と限界費用でも使います。

労働者を増やし続けると、いずれ限界生産物は下がっていきます。これを**限界生産物逓減の法則**と呼びます。固定された機械を、より多くの労働者で使うことになると、1台の機械を順番に待ったり共有したりするようになり、1人あたりの効率が落ちるからです。

6.3 長期：等量曲線

機械も労働者も自由に増やしたり減らしたりできるくらい長い期間を**長期**と呼びます。長期には、資本も労働も自由に変えられます。同じ産出量 q を生み出す (K, L) の組み合わせを結んだ曲線を**等量曲線**と呼びます。消費者理論の無差別曲線に当たるもので、地図の等高線のように「産出量が同じ」点を結んだものです。

数式の読み方：MRTS の導出

等量曲線上では産出量が一定なので、生産関数の全微分がゼロです。

$$dq = MP_K\,dK + MP_L\,dL = 0 \qquad \text{（産出量一定）}$$

$$MRTS_{LK} \equiv -\frac{dK}{dL}\Big|_{q=\text{一定}} = \frac{MP_L}{MP_K} \qquad \text{（}dK/dL\text{ について解く）}$$

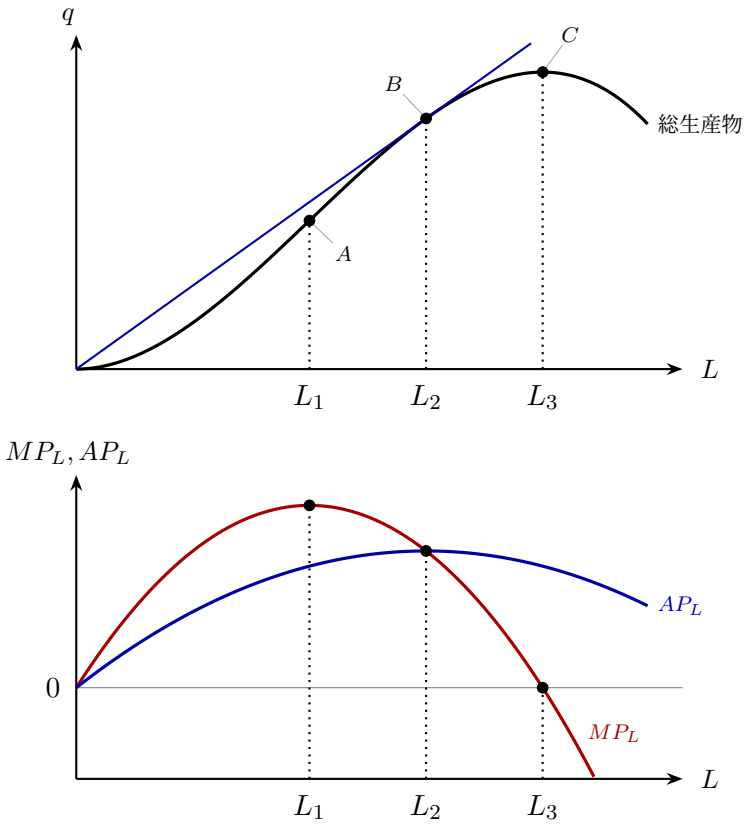
消費者理論の $MRS = MU_x/MU_y$ と全く同じ形です。例えば $q = K^{0.5}L^{0.5}$ なら $MRTS = K/L$ で、図の点 $A = (2, 8)$ では4、点 $B = (8, 2)$ では0.25です。

6.4 規模に関する収穫

同じ機械と同じ人数の工場を、もう1つ建てたら、生産量はどうなるでしょうか。このように、全ての投入を同じ割合 t 倍（$t > 1$）したとき、産出量がどうなるかを**規模に関する収穫**と呼びます。

- **収穫一定**：$F(tK, tL) = t\,F(K, L)$。2倍投入すれば2倍生産できる（1次同次）。
- **収穫逓増**：$F(tK, tL) > t\,F(K, L)$。2倍投入すると2倍より多く生産できる（大規模生産の利益）。

図 6.1　総生産物・限界生産物・平均生産物



上の図の青い直線は、原点から点 B への直線。上下の図の横軸はそろえてある。

図の読み方

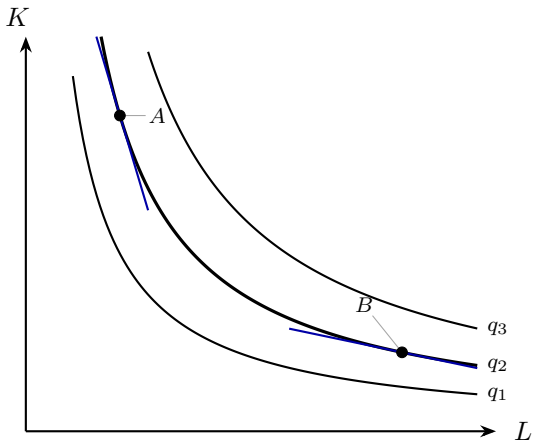
1. **上の図**の総生産物は、はじめは加速度的に増え（分業の効果）、やがて増え方が鈍り、L_3 を超えると減少します（人が多すぎて邪魔になる）。
2. 限界生産物は総生産物の**接線の傾き**です。傾きが最も急な点 A（L_1）で MP_L は最大、頂上 C（L_3）で $MP_L = 0$ です。
3. 平均生産物は**原点からの直線の傾き**です。原点からの直線が総生産物に接する点 B（L_2）で AP_L は最大になり、そこで $MP_L = AP_L$ となります。
4. **下の図**：MP_L が AP_L を上回っている間は AP_L が上がり、下回ると AP_L が下がります。そのため MP_L の曲線は AP_L の最大点を通ります。

・**収穫逓減**：$F(tK, tL) < t\,F(K, L)$。2倍投入しても2倍未満しか生産できない。

数式の読み方：限界生産物逓減と収穫一定は矛盾しない

「限界生産物逓減」は、**1つの投入だけ**を増やしたときの話です。「規模に関する収穫一定」は、**全ての投入を同じ割合で**増やしたときの話です。工場（資本）を固定して人だけ増やせば効率は落ちますが、工場も人も2倍にすれば、同じ工場がもう1つできるので生産はちょうど2倍になります。両者は同時に成り立ちます。

図 6.2　等量曲線



青い線は点 A、B での接線（傾きの絶対値が $MRTS$）。$q_1 < q_2 < q_3$。

図の読み方

1. 右上の等量曲線ほど産出量が多くなります。等量曲線は右下がりで、互いに交わりません。
2. 等量曲線の傾きの絶対値を**技術的限界代替率**（MRTS）と呼びます。「労働を1単位増やしたとき、同じ産出量を保つために減らせる資本の量」です。
3. 点 A（資本が多く労働が少ない）では傾きが急で、労働1単位で多くの資本を代わりに減らせます。点 B では緩やかです。これを**技術的限界代替率逓減**と呼び、等量曲線が原点に向かって凸であることを意味します。

6.5　コブ＝ダグラス型生産関数

最もよく使われる生産関数は**コブ＝ダグラス型**です。

$$q = AK^{\alpha}L^{\beta} \qquad (A > 0,\ \alpha > 0,\ \beta > 0) \tag{6.2}$$

- 限界生産物：$MP_K = \alpha q/K$、$MP_L = \beta q/L$。$\alpha < 1$、$\beta < 1$ なら、それぞれ逓減します。
- 産出弾力性：$\dfrac{\partial \ln q}{\partial \ln K} = \alpha$、$\dfrac{\partial \ln q}{\partial \ln L} = \beta$。資本が1%増えると産出は α% 増えます。
- 規模に関する収穫：$F(tK, tL) = t^{\alpha+\beta}F(K, L)$ なので、$\alpha + \beta = 1$ なら一定、> 1 なら逓増、< 1 なら逓減。
- A は**技術水準**（全要素生産性）で、同じ投入からどれだけ生産できるかを表します。

発展：代替の弾力性と CES 生産関数

資本と労働がどれだけ代わりに使えるかは、**代替の弾力性**

$$\sigma = \frac{d\ln(K/L)}{d\ln MRTS}$$

で測ります（MRTS が1%変わったとき、資本と労働の比率が何%変わるか）。コブ＝ダグラス型では $\sigma = 1$、完全に代替できる場合（直線の等量曲線）は $\sigma = \infty$、決まった比率でしか使えない場合（L字型、レオンチェフ型）は $\sigma = 0$ です。これらを全て含む一般形が **CES 生産関数** $q = A\left[aK^{\rho} + (1-a)L^{\rho}\right]^{1/\rho}$ で、$\sigma = 1/(1-\rho)$ です。マクロ経済学では、σ の大きさが労働分配率の長期的な動きを左右する重要なパラメータになります。

要点

- 生産関数は企業の技術の制約を表す。短期には資本を固定し、労働の限界生産物 MP_L と平均生産物 AP_L を考える。MP_L は AP_L の最大点を通る。
- 長期には等量曲線で考える。その傾きの絶対値が技術的限界代替率 $MRTS = MP_L/MP_K$。
- 規模に関する収穫は、全ての投入を同じ割合で増やしたときの産出の増え方。コブ＝ダグラス型 $AK^{\alpha}L^{\beta}$ では $\alpha + \beta$ で決まる。

次の章へ　企業の技術が分かったので、次はそれをどれだけ安く使えるかを考えます。第7章では、与えられた量を最も安く生産する方法（費用最小化）と、そこから導かれる費用曲線を学びます。

第7章

費用最小化と費用曲線

> **ここまでの流れ**　第6章で、企業の技術を生産関数と等量曲線で表しました。
> **この章の問い**　ある量の財を作るのに、最も安い方法は何か。生産量を増やすと費用はどう増えていくのか。
> **この章で分かること**　**費用最小化**の条件（MRTS = 要素価格比）、生産量と費用の関係を表す**費用関数**、そして平均費用・平均可変費用・限界費用の**費用曲線**とその関係です。第8章で企業の供給量を決めるための土台になります。

7.1　等費用線

製品を1,000個作るのに、労働者を増やすか、機械を買い足すか、どちらが安いでしょうか。この問いに答えるには、まず費用を式で表しておく必要があります。労働の価格（賃金）を w、資本の価格（レンタル料）を r とすると、企業の費用は

$$C = wL + rK$$

です。費用が同じ (L, K) の組を結んだ直線を**等費用線**と呼びます。K について解くと $K = C/r - (w/r)L$ なので、傾きは $-w/r$（**要素価格比**）です。消費者理論の予算線に当たります。

7.2　費用最小化：MRTS = 要素価格比

企業は、生産量 q を決めたら、それを最も安い費用で作ろうとします。

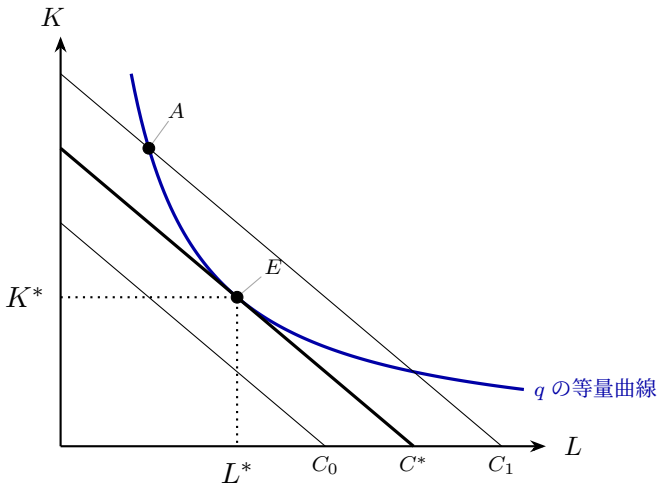
$$\min_{L,K} \; wL + rK \quad \text{s.t.} \quad F(K, L) = q \tag{7.1}$$

接点では、等量曲線の傾き（MRTS）と等費用線の傾き（要素価格比）が等しくなります。

$$MRTS_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r} \tag{7.2}$$

右の形は「1円あたりの限界生産物がどの生産要素でも等しい」ことを表します。もし労働の1円あたりの限界生産物の方が大きければ、資本を減らして労働を増やせば、同じ費用でより多く作れる（同じ量をより安く作れる）からです。

図 7.1　費用最小化



黒い直線は等費用線で、$C_0 < C^* < C_1$（ラベルは各線と横軸の交点の位置）。

図の読み方

1. 青い曲線は、作りたい量 q の等量曲線です。この曲線上のどの点でも q を作れます。
2. 費用 C_0 の等費用線は等量曲線に届かないので、q は作れません。
3. 費用 C_1 の等費用線上の点 A でも q は作れますが、等費用線をもっと内側にずらしてもまだ等量曲線に届きます。
4. 等量曲線に接する等費用線（費用 C^*）が、q を作れる最も安い費用です。接点 E が最適な投入の組 (L^*, K^*) です。

7.3　コブ＝ダグラス型の場合の計算

コブ＝ダグラス型の生産関数 $q = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$（規模に関して収穫一定）で費用最小化を解くと、次のことが分かります。

- 費用のうち、労働への支払いが $1-\alpha$ の割合、資本への支払いが α の割合になります。この比率は、賃金や資本の価格が変わっても一定です。賃金が上がれば、労働を減らして資本に置き換えます（要素の代替）。
- 費用は生産量 q に**比例**します。規模に関して収穫一定なので、2倍作るには2倍の投入、つまり2倍の費用がかかるからです。1単位当たりの費用（平均費用）は生産量によらず一定です。

計算例：ラグランジュ法による導出

ラグランジュ関数は $\mathcal{L} = wL + rK + \mu\left[q - K^{\alpha}L^{1-\alpha}\right]$ です。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \mu(1-\alpha)\frac{q}{L} = 0 \qquad (MP_L = (1-\alpha)q/L \text{ を使った})$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = r - \mu\,\alpha\frac{q}{K} = 0 \qquad (MP_K = \alpha q/K \text{ を使った})$$
$$\frac{wL}{rK} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \qquad (\text{2式を変形して割る})$$

つまり $K = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}\cdot\dfrac{w}{r}L$ です。これを生産関数に代入して L、K について解くと

$$L^{*} = q\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\cdot\frac{r}{w}\right)^{\alpha}, \qquad K^{*} = q\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\cdot\frac{w}{r}\right)^{1-\alpha} \tag{7.3}$$

となります。これを**条件付き要素需要**と呼びます（生産量 q を条件とした要素の需要）。費用は

$$C(w,r,q) = wL^{*} + rK^{*} = q\cdot\underbrace{\left(\frac{w}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{r}{\alpha}\right)^{\alpha}}_{\text{1単位当たりの費用（一定）}} \tag{7.4}$$

です。図7.1は $\alpha = 0.5$、$w = r = 1$、$q = 4$ の場合で、$L^{*} = K^{*} = 4$、$C^{*} = 8$ になります。

7.4 短期の費用曲線

短期には資本が固定されているので、費用は2つに分かれます。

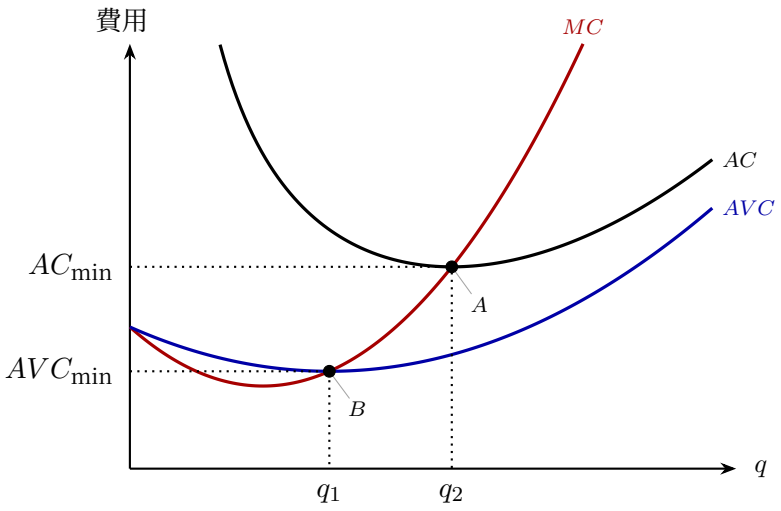
- **固定費用** FC：生産量に関係なくかかる費用（工場の賃借料や機械のリース料など）。生産をやめても払わなければなりません。
- **可変費用** $VC(q)$：生産量に応じて変わる費用（労働者の賃金、原材料費など）。

総費用は $TC(q) = FC + VC(q)$ です。ここから次の費用が定義されます。

$$\text{平均費用：}\quad AC(q) = \frac{TC(q)}{q} \qquad \text{平均可変費用：}\quad AVC(q) = \frac{VC(q)}{q}$$
$$\text{平均固定費用：}\quad AFC(q) = \frac{FC}{q} \qquad \text{限界費用：}\quad MC(q) = \frac{dTC}{dq} = \frac{dVC}{dq}$$

限界費用は「もう1単位作るのにかかる追加の費用」です。固定費用は生産量によらないので、限界費用には影響しません。

図 7.2　短期の費用曲線



AC と AVC の差が平均固定費用。

図の読み方

1. 限界費用 MC（赤）は、はじめ下がり、やがて上がります。生産を増やすと、はじめは分業で効率が上がりますが、やがて限界生産物の逓減（第6章）で追加の1単位を作るのに多くの労働が必要になるからです。
2. 平均可変費用 AVC（青）と平均費用 AC（黒）は U 字型です。AC と AVC の差が平均固定費用で、生産量が増えるほど小さくなるので、2つの曲線は右に行くほど近づきます。
3. 限界費用曲線は、AVC の最低点 B と AC の最低点 A を**必ず通ります**。

数式の読み方：MC が平均費用の最低点を通る理由

平均費用 $AC = TC/q$ を q で微分すると（商の微分）

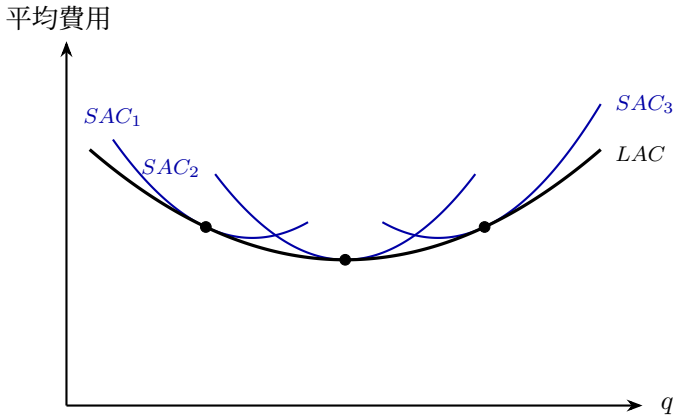
$$\frac{dAC}{dq} = \frac{MC \cdot q - TC}{q^2} = \frac{1}{q}\big(MC - AC\big).$$

$MC < AC$ なら平均費用は下がり、$MC > AC$ なら上がります。したがって平均費用が最低になる点では $MC = AC$ です。第6章の「限界生産物と平均生産物」と全く同じ関係で、平均より安い1単位が加われば平均は下がり、高い1単位が加われば上がります。AVC についても同じです。

7.5　長期の費用と規模の経済

長期には、全ての投入を調整できます。工場の規模（機械の量）を選び直せるので、生産量ごとに最も安い規模を選べます。そのため、長期の平均費用は、さまざまな規模の短期

図 7.3　長期平均費用曲線（短期曲線の包絡線）



青い細い曲線が、規模を固定したときの短期平均費用（SAC）、黒い太い曲線が長期平均費用（LAC）。

図の読み方

1. 3本の青い曲線は、小・中・大の3つの規模（資本の量）を固定したときの短期平均費用です。規模ごとに、費用が最も低くなる生産量が違います。
2. 長期には規模を選び直せるので、各生産量でいちばん費用の低い規模を選びます。長期平均費用 LAC は、短期曲線の下側をなぞる曲線になります。
3. 各短期曲線は、その規模が最適になる生産量の点で、長期曲線に**接します**（点で示した）。
4. LAC が右下がりの範囲では、生産を増やすと平均費用が下がります（**規模の経済**）。右上がりの範囲では、反対に上がります（**規模の不経済**）。

平均費用曲線の下側をなぞる曲線になります。これを**包絡線**と呼びます。

規模に関して収穫一定の技術なら、長期平均費用は一定です（式(7.4)）。

要点

- 費用最小化の条件は、等量曲線と等費用線が接すること：$MRTS = MP_L/MP_K = w/r$（1円あたりの限界生産物が等しい）。
- その解が条件付き要素需要で、最小の費用を生産量の関数として表したものが費用関数。収穫一定なら費用は生産量に比例する。
- 短期の費用は固定費用と可変費用に分かれる。限界費用曲線は平均費用・平均可変費用の最低点を通る。長期平均費用は、短期平均費用曲線の包絡線になる。

次の章へ　生産量ごとの費用が分かったので、いよいよ企業がどれだけ生産するかを決められます。第8章では、利潤最大化から企業の供給曲線を導きます。

第8章

利潤最大化と供給曲線

> **ここまでの流れ**　第7章で、生産量ごとの最小の費用（費用関数）と費用曲線を導きました。
> **この章の問い**　企業はどれだけ生産するのか。価格が変わると生産量はどう変わるのか。
> **この章で分かること**　完全競争の企業の**利潤最大化**の条件（価格 = 限界費用）、そこから導かれる**供給曲線**、操業停止の条件、長期の参入・退出、そして生産要素の需要と**所得の分配**です。

8.1　完全競争

この章では、**完全競争**の市場を考えます。完全競争とは、次のような市場です。

- 売り手も買い手も非常に多く、1人1人は市場全体に比べてごく小さい。
- 全ての企業が同じ財を作っている（品質の違いがない）。
- 価格などの情報を全員が知っている。
- 長期には、企業は自由に市場に参入・退出できる。

このとき、個々の企業が生産量を変えても市場価格には影響しません。同じ製品を作る工場が数多くあるとき、そのうちの1つが出荷を増やしても、市場価格はほとんど変わりません。企業は市場価格 p を「与えられたもの」として受け入れるしかありません。これを**価格受容者**（プライス・テイカー）と呼びます。

8.2　利潤最大化：価格 = 限界費用

企業の利潤 π は、収入から費用を引いたものです。

$$\pi(q) = p\,q - TC(q) \tag{8.1}$$

企業は利潤が最大になるように生産量 q を選びます。一階条件（第1章）は

$$\frac{d\pi}{dq} = p - MC(q) = 0 \qquad \text{（式(8.1)を } q \text{ で微分）}$$

$$p = MC(q) \qquad \text{（価格 = 限界費用）} \tag{8.2}$$

です。

数式の読み方：価格＝限界費用の意味

- 左辺 p は、もう1単位作って売ったときの収入の増加（**限界収入**）です。価格受容者なので、何単位売っても1単位あたり p が入ります。
- 右辺 MC は、もう1単位作るのにかかる費用の増加です。
- $p > MC$ なら、もう1単位作れば利潤が増えるので生産を増やします。$p < MC$ なら減らします。両者が等しいところで止めるのが最適です。
- 二階条件：$d^2\pi/dq^2 = -MC'(q) < 0$、つまり限界費用が**右上がり**の部分で $p = MC$ となる点が最大点です。

8.3 利潤と操業停止

数式の読み方：損失が出ても生産を続ける理由

固定費用 FC は、生産をやめても払わなければなりません。生産をやめた場合の利潤は $-FC$ です。生産を続けた場合の利潤は $pq - VC(q) - FC$ です。したがって

$$pq - VC(q) - FC \geq -FC \quad \Longleftrightarrow \quad p \geq \frac{VC(q)}{q} = AVC(q)$$

なら、生産を続けた方が損失が小さくなります。価格が平均可変費用を上回っていれば、少なくとも可変費用はまかなえ、固定費用の一部も回収できるからです。

8.4 市場の供給曲線と長期の均衡

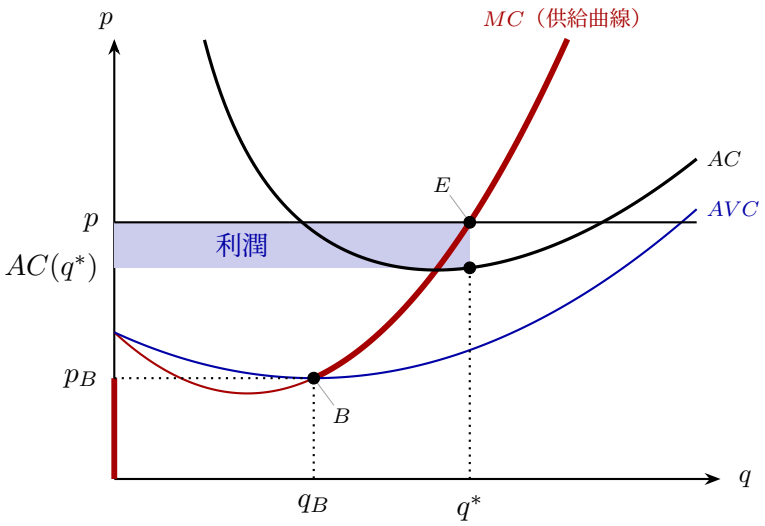
市場全体の供給曲線は、各企業の供給曲線を**横に足し合わせた**ものです（同じ価格のもとでの各企業の供給量の合計）。

長期には、企業は市場に自由に参入・退出できます。

- 価格が平均費用の最低点より高く、利潤が正なら、それを目当てに新しい企業が参入し、市場の供給が増えて価格が下がります。
- 価格が平均費用の最低点より低く、損失が出るなら、企業が退出し、供給が減って価格が上がります。

結局、長期の均衡では**価格＝平均費用の最低点**となり、各企業の利潤はゼロになります。この調整の様子を、企業と市場を並べて見てみましょう。

図 8.1　利潤最大化と短期の供給曲線



第7章と同じ費用関数の場合。太い赤線が短期の供給曲線（$p < p_B$ では生産量ゼロ）。

図の読み方

1. 価格が p のとき、企業は $p = MC$ となる点 E の生産量 q^* を選びます。
2. 利潤は $(p - AC(q^*)) \times q^*$ で、青い長方形の面積です。価格が平均費用を上回っているので、利潤は正です。
3. 価格が下がって平均費用を下回ると、利潤は負（損失）になります。それでも短期には、すぐに生産をやめるとは限りません。
4. 価格が平均可変費用の最低点 p_B（点 B）を下回ると、生産をやめて生産量をゼロにします（**操業停止点**）。
5. したがって短期の**供給曲線**は、限界費用曲線のうち AVC の最低点より上の部分（太い赤線）と、それより下の価格では生産量ゼロの部分からなります。

数式の読み方：利潤ゼロの意味

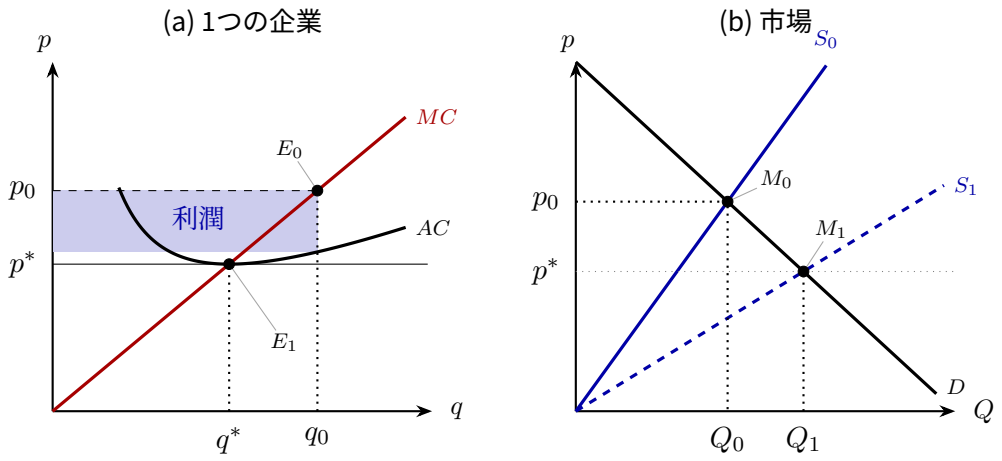
ここでの利潤は**経済学的利潤**で、費用には経営者自身の労働や自己資金の機会費用（他で使えば得られた収入）も含まれています。経済学的利潤がゼロとは、「他の使い道と比べて特別な得はない」という意味で、会計上の利潤（正常利潤）は出ています。

8.5　生産要素の需要と所得の分配

利潤最大化は、生産量ではなく生産要素の量を選ぶ問題としても書けます。

$$\max_{K,L} \; pF(K,L) - wL - rK$$

図 8.2　参入による長期均衡



(a) の青い長方形は、価格が p_0 のときの利潤。(b) の実線 S_0 は参入前、破線 S_1 は参入後の供給曲線。

図の読み方

1. **(a)**：はじめ、市場価格は p_0 です。企業は $p_0 = MC$ となる点 E_0 で生産し、平均費用を上回る分の利潤が出ています（青い長方形）。
2. **(b)**：このとき市場は、需要 D と供給 S_0 の交点 M_0 にあります。
3. 利潤を目当てに新しい企業が参入すると、市場の供給曲線は S_0 から S_1 へ右に移り、価格が下がります（$M_0 \to M_1$）。
4. 参入は、利潤がゼロになるまで続きます。価格が平均費用の最低点 p^* まで下がると、企業は点 E_1（MC と AC の交点）で生産し、利潤はゼロです。これが長期の均衡です。

一階条件は

$$p \cdot MP_L = w, \qquad p \cdot MP_K = r \tag{8.3}$$

です。左辺は、生産要素を1単位増やしたときの収入の増加で、**限界生産物価値**と呼びます。

数式の読み方：労働需要曲線

式(8.3)の1つ目は $MP_L = w/p$（**実質賃金**）と書けます。実質賃金が与えられたとき、企業は労働の限界生産物がそれに等しくなるまで雇います。限界生産物は逓減するので、実質賃金が下がれば企業はより多く雇います。つまり**限界生産物の曲線がそのまま労働需要曲線**です。

生産関数が規模に関して収穫一定（1次同次）なら、オイラーの定理（第1章）から

$$MP_L \cdot L + MP_K \cdot K = F(K, L)$$

が成り立ちます。両辺に p を掛けて式(8.3)を使うと

$$wL + rK = p\,F(K, L) \tag{8.4}$$

となります。

要点：分配の定理

- 規模に関して収穫一定の技術のもとで、完全競争の企業が各生産要素に限界生産物価値どおりの報酬を払うと、**生産物の価値はちょうど労働と資本への支払いで尽きる**（利潤はゼロ）。
- コブ＝ダグラス型 $q = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$ なら、$rK = p\,MP_K\,K = \alpha\,pq$、$wL = (1-\alpha)\,pq$。資本と労働の取り分（分配率）は α と $1-\alpha$ で一定。

8.6 生産者余剰

市場価格と供給曲線（限界費用）の間の面積を**生産者余剰**と呼びます。各単位について「受け取る価格 − その単位を作る追加の費用」を足し合わせたもので、企業が市場取引から得る利益（固定費用を差し引く前の利潤）を表します。

要点

- 完全競争の企業は価格受容者で、利潤最大化の条件は**価格 = 限界費用**。
- 短期の供給曲線は、平均可変費用の最低点より上の限界費用曲線。長期には参入・退出によって価格は平均費用の最低点に等しくなり、利潤はゼロになる。
- 生産要素は限界生産物価値 = 要素価格まで需要される。収穫一定なら生産物の価値は要素への支払いでちょうど尽きる。

次の章へ　消費者理論から需要曲線、生産者理論から供給曲線が得られました。第9章では、両者を1つの市場で出会わせて、価格と取引量がどう決まるかを考えます。

大学院とのつながり　大学院のマクロモデルの企業は、ほぼ例外なく「限界生産物 = 実質の要素価格」という条件で労働と資本を需要します。そして式(8.4)の分配の定理によって、国民所得が賃金と資本所得に分配される仕組みが表されます。

第9章

市場均衡：部分均衡分析

> **ここまでの流れ**　消費者理論（第2〜5章）から需要曲線、生産者理論（第6〜8章）から供給曲線を導きました。
> **この章の問い**　需要と供給が出会う市場では、価格と取引量はどう決まるのか。その結果は社会にとって望ましいのか。
> **この章で分かること**　1つの市場の**均衡**、需要や供給の変化の効果（**比較静学**）、**総余剰**による効率性の評価、そして税が市場に与える影響と**死荷重**です。第10章の一般均衡への準備にもなります。

9.1　市場均衡

朝市のリンゴを考えましょう。ある市場の需要曲線を $D(p)$、供給曲線を $S(p)$ とします。それぞれ、価格 p のもとで全ての消費者が買いたい量の合計、全ての企業が売りたい量の合計です。

- 需要曲線は、各消費者の効用最大化（第3章）から導かれ、右下がりです。
- 供給曲線は、各企業の利潤最大化（第8章）から導かれ、右上がりです。

市場均衡は、需要量と供給量が等しくなる状態です。

$$D(p^*) = S(p^*) \tag{9.1}$$

このときの価格 p^* を**均衡価格**、取引量 q^* を**均衡取引量**と呼びます。

数式の読み方：均衡の意味

- 均衡価格では、買いたい人は全員その価格で買え、売りたい人は全員その価格で売れます。誰も「もっと買いたいのに買えない」「もっと売りたいのに売れない」と感じていません。
- 重要なのは、誰も価格を「決めて」いないことです。全員が価格を与えられたものとして自分の最適な量を選び、その結果がちょうど両立する価格が均衡価格です。
- 価格が均衡より高いと、売れ残り（**超過供給**）が出て売り手が値下げし、低いと品不足（**超過需要**）が出て値上がりします。こうして価格は均衡に向かうと考えます。

9.2 比較静学

需要や供給を決める条件（所得、他の財の価格、技術、原材料の価格など）が変わると、曲線全体がシフトし、新しい均衡に移ります。条件の変化の前後で均衡を比べる分析を**比較静学**と呼びます。

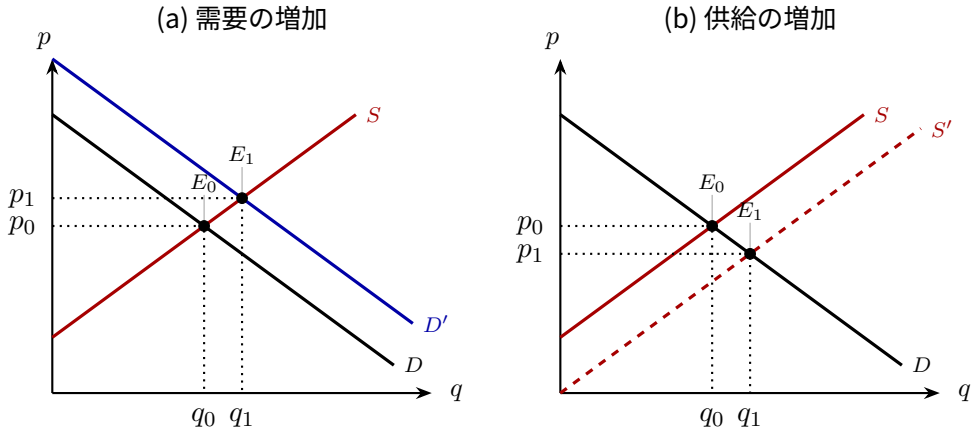
主な変化を表にまとめると次のとおりです。

変化	曲線	均衡価格	均衡取引量
需要の増加（所得の増加など、正常財）	D が右へ	上昇	増加
供給の増加（技術進歩など）	S が右へ	低下	増加
費用の上昇（原材料の値上がりなど）	S が左へ	上昇	減少

9.3 総余剰と市場の効率性

市場の均衡は、社会にとって望ましいのでしょうか。それを評価する道具が余剰です。

図 9.1　需要の増加と供給の増加



黒が需要曲線、赤が供給曲線。破線や′のついた線がシフト後の曲線。

図の読み方

1. **(a) 需要の増加**：所得が増えるなど（正常財の場合）で需要曲線が D から D' へ右にシフトします。同じ価格でも買いたい量が増えるので、品不足が生じて価格が上がり（$p_0 \to p_1$）、取引量も増えます（$q_0 \to q_1$）。
2. **(b) 供給の増加**：技術進歩などで供給曲線が S から S' へ右にシフトします。同じ価格でも売りたい量が増えるので、売れ残りが生じて価格が下がり（$p_0 \to p_1$）、取引量は増えます（$q_0 \to q_1$）。
3. 曲線が動くのは、価格以外の条件が変わったときです。価格が変わったときは、曲線の上を動くだけで、曲線は動きません。

数式の読み方：競争均衡は総余剰を最大にする

取引量を q とすると、総余剰は

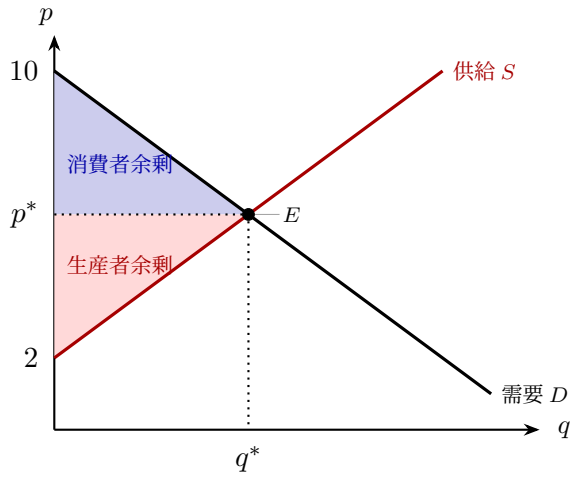
$$TS(q) = \int_0^{q} \left[\underbrace{P_D(x)}_{\text{支払意思額}} - \underbrace{P_S(x)}_{\text{限界費用}} \right] dx$$

です（P_D、P_S は需要曲線・供給曲線の高さ）。これを q で微分してゼロとおくと $P_D(q) = P_S(q)$、つまり需要曲線と供給曲線の交点で総余剰が最大になります。

- $q < q^*$ では、支払意思額が限界費用を上回る取引がまだ残っているので、取引を増やせば総余剰が増えます。
- $q > q^*$ では、限界費用が支払意思額を上回る取引をしてしまっているので、総余剰が減ります。

したがって、完全競争の市場均衡は**総余剰を最大にする**という意味で効率的です。これは第11章の「厚生経済学の第一基本定理」の部分均衡版です。

図 9.2　市場均衡と余剰



青い三角形が消費者余剰、赤い三角形が生産者余剰。

図の読み方

1. 需要曲線と供給曲線の交点 E が均衡です。
2. 需要曲線の高さは消費者の支払意思額（第4章）、供給曲線の高さは企業の限界費用（第8章）です。
3. 青い三角形が**消費者余剰**（支払意思額 − 価格）、赤い三角形が**生産者余剰**（価格 − 限界費用）です。2つの合計を**総余剰**と呼びます。
4. 総余剰は「支払意思額 − 限界費用」を取引された全ての単位について足したもので、その取引が社会全体にもたらす純便益を表します。

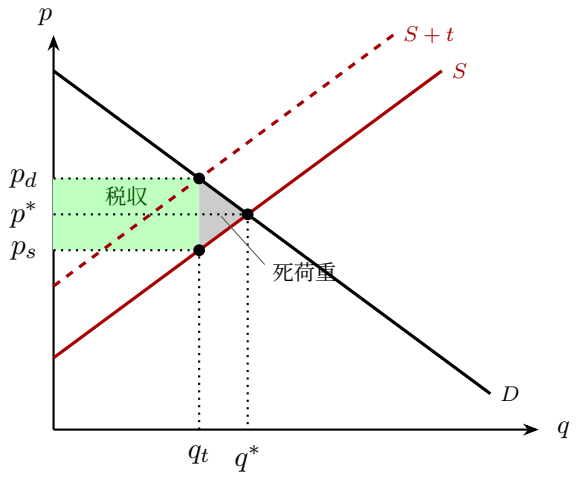
9.4　税の効果：誰が負担し、何が失われるか

財1単位あたり t 円の税を売り手に課すとします。売り手にとっては、受け取る価格が税の分だけ減るので、供給曲線が t だけ上にシフトします。

要点

- 市場均衡は需要量 = 供給量となる状態。誰も価格を決めていないが、全員の計画が両立する価格に落ち着く。
- 価格以外の条件が変わると、需要曲線や供給曲線がシフトし、均衡価格と取引量が変わる（比較静学）。
- 完全競争の均衡は総余剰（消費者余剰＋生産者余剰）を最大にする。
- 税は買い手と売り手が分け合って負担し、取引量の減少によって死荷重を生む。

図 9.3　税の効果と死荷重



前の図と同じ需要・供給に、1単位あたり t の税を課した場合。

図の読み方

1. 税によって供給曲線が $S+t$ に上がり、取引量は q^* から q_t に減ります。
2. 買い手が払う価格は p_d に上がり、売り手が受け取る価格は p_s に下がります。その差が税 t です。
3. 税の負担は買い手と売り手で分け合っています（$p_d - p^*$ と $p^* - p_s$）。誰に課税するかに関係なく、負担の割合は需要と供給の傾き（弾力性）で決まり、**弾力性の小さい側がより多く負担します**。
4. 緑の長方形は税収（$t \times q_t$）で、政府に移るだけなので社会全体の損失ではありません。
5. 灰色の三角形は、税がなければ行われていた取引（支払意思額が限界費用を上回る取引）が失われた分です。誰の得にもならずに消える余剰で、**死荷重**（超過負担）と呼びます。

9.5　部分均衡の限界

ここまでの分析では、ある1つの市場だけを見て、他の市場の価格や所得は変わらないとしてきました。しかし実際には、市場は互いにつながっています。

- ガソリンの価格が上がれば、自動車の需要や電車の需要も変わる。
- 賃金（労働市場の価格）が変われば、家計の所得が変わり、全ての財の需要が変わる。
- 財の需要が変われば、企業が雇いたい労働の量が変わり、賃金が変わる。

1つの市場の変化が他の市場に波及し、それがまた元の市場に跳ね返ってくる。この相互依存を全て考えるのが**一般均衡分析**です。

次の章へ　第10章では、最も簡単な一般均衡のモデルである交換経済（2人・2財）を使って、全ての市場が同時に均衡する仕組みを学びます。本書で最も重要な章の1つです。数値よりも、図と言葉で「価格がどのようにみんなの計画を調整するのか」を理解することを目標にします。

第10章

一般均衡 I：交換経済

> **ここまでの流れ**　第9章では、1つの市場の需要と供給の均衡（部分均衡）を学び、市場どうしが互いにつながっていることを確認しました。
> **この章の問い**　複数の市場が互いに影響し合う経済で、**全ての市場が同時に均衡する**価格は存在するのか。それはどう決まり、その結果の配分はどんな性質をもつのか。
> **この章で分かること**　生産のない最も簡単な経済（**交換経済**）を使って、一般均衡理論の基本の考え方を学びます。**エッジワース・ボックス**、**パレート効率性**と**契約曲線**、**競争均衡**の定義、価格が均衡からずれたときに何が起こるか、**ワルラス法則**、**価格の基準化**です。計算よりも、図と言葉で「価格が全員の計画をどう調整するのか」を理解することを目標にします。

10.1　交換経済の設定

米を作る農家 A と、魚をとる漁師 B の2人が暮らす島を考えます。農家は米をたくさん持っていますが、魚はほとんど持っていません。漁師は反対に、魚はたくさんあっても米が足りません。2人が持っているものを交換すれば、どちらも得をしそうです。このように、生産を考えず、人々がすでに持っている財を交換するだけの経済を**交換経済**と呼びます。

- 消費者は2人、A と B。財は2つ、米 x と魚 y。
- 各消費者は、はじめに財をいくらか持っています。これを**初期保有**と呼び、A の初期保有を $\omega_A = (\omega_A^x, \omega_A^y)$、$B$ の初期保有を $\omega_B = (\omega_B^x, \omega_B^y)$ と書きます。
- 経済全体の財の量（総量）は、$\bar{x} = \omega_A^x + \omega_B^x$、$\bar{y} = \omega_A^y + \omega_B^y$ で決まっています。
- 2つの財には市場があり、価格 p_x、p_y のもとで自由に売り買いできます。2人とも価格受容者です。

2人という少ない人数で「価格受容者」というのは不自然に感じるかもしれませんが、同じタイプの農家と漁師がそれぞれ大勢いると考えてください。

10.2　予算制約：所得が価格に依存する

交換経済の消費者は、初期保有を市場で売って得たお金で、好きな財を買います。消費者 A の予算制約は

$$p_x x_A + p_y y_A = \underbrace{p_x \omega_A^x + p_y \omega_A^y}_{\text{所得 } I_A} \tag{10.1}$$

です。B についても同様です。

数式の読み方：消費者理論との違い

- 第3章では所得 I は固定されていました。ここでは、所得は「初期保有の市場価値」なので、**価格が変われば所得も変わります**。
- 例えば米をたくさん持っている農家は、米の価格が上がると豊かになります。これが一般均衡で、価格の変化が需要に複雑な影響を与える理由です。
- 予算線は必ず初期保有の点 ω_A を通ります（何も交換しなければ、初期保有をそのまま消費できるから）。傾きは $-p_x/p_y$ で、価格比が変わると予算線は ω_A を中心に回転します。

10.3　エッジワース・ボックス

2人・2財の交換経済を1枚の図で表す道具が**エッジワース・ボックス**です。

10.4　パレート効率性と契約曲線

資源配分の望ましさを評価する基準として、経済学では**パレート効率性**を使います。

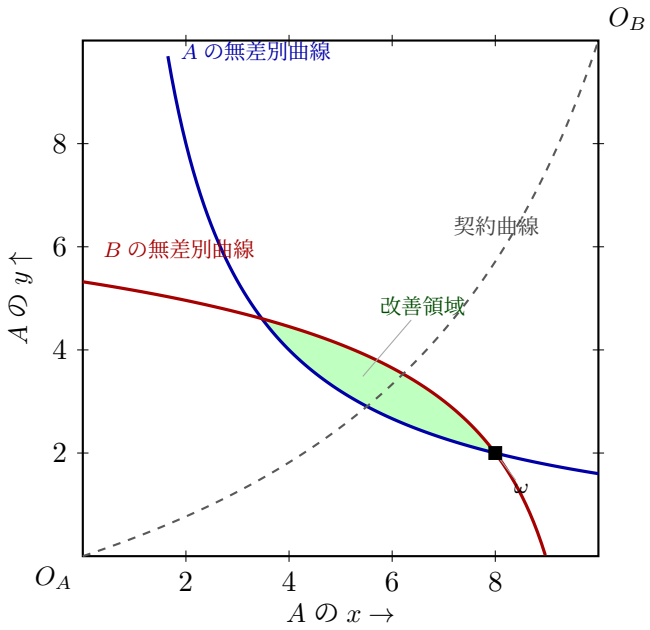
要点：パレート効率性

ある配分から別の配分に移ることで、**誰の効用も下げずに、少なくとも1人の効用を上げられる**とき、その移動を**パレート改善**と呼ぶ。パレート改善の余地がもうない配分を**パレート効率的**（パレート最適）な配分と呼ぶ。

図10.1の初期保有 ω は、レンズの中に移ればパレート改善できるので、パレート効率的ではありません。では、どんな配分がパレート効率的でしょうか。

2人の無差別曲線が**交わっている**点では、必ずレンズ形の改善領域ができるので、効率的ではありません。効率的なのは、2人の無差別曲線が**接している**点です。接している点では、片方の効用を上げようとすると必ずもう片方の効用が下がります。接するということ

図 10.1　エッジワース・ボックス：初期保有とパレート改善



B の量は右上の原点 O_B から左・下向きに測る。

図の読み方

1. 箱の横幅は米 x の総量 $\bar{x}$、高さは魚 y の総量 $\bar{y}$ です。A の消費量は左下の原点 O_A から右・上へ、B の消費量は右上の原点 O_B から左・下へ測ります。
2. 箱の中の1点が、2人への財の分け方（**配分**）を表します。どの点でも、A と B の量を足すと総量になります。点 ω は、A が米をたくさん、B が魚をたくさん持っている初期保有の配分です。
3. 青い曲線は点 ω を通る A の無差別曲線で、右上にいくほど A の効用が高くなります。赤い曲線は ω を通る B の無差別曲線で、左下にいくほど（O_B から遠いほど）B の効用が高くなります。
4. 2本の無差別曲線に挟まれた緑の領域（レンズ形）の中の配分は、ω と比べて**2人とも効用が高い**です。初期保有から出発して交換すれば、2人とも得をする余地があることが分かります。

は、2本の曲線の傾きが等しい、つまり

$$MRS_A = MRS_B \tag{10.2}$$

が成り立つということです。パレート効率的な配分を全て結んだ曲線を**契約曲線**と呼びます（図の灰色の破線）。

数式の読み方：MRS が等しいことの意味

例えば $MRS_A = 3$、$MRS_B = 1$ だとします。

- A は「米1単位のためなら魚を3単位まで手放してよい」と思っています。
- B は「米1単位を魚1単位と交換してよい」と思っています。
- そこで B が A に米を1単位渡し、A が B に魚を2単位渡せば、A は（3単位まで払ってよかったのに2単位で済んだので）得をし、B も（1単位でよかったのに2単位もらえたので）得をします。

このように2人の主観的な交換比率が違う限り、交換によって2人とも得をする余地があります。その余地がなくなるのが $MRS_A = MRS_B$ の点です。

契約曲線上には、A にとって有利な配分も B にとって有利な配分もあります。パレート効率性は「無駄がない」ことを表す基準であり、**分配が公平かどうかについては何も言わない**ことに注意してください。

発展：契約曲線の式（コブ＝ダグラス型）

$u_A = a\ln x_A + (1-a)\ln y_A$、$u_B = b\ln x_B + (1-b)\ln y_B$ とすると、$MRS_A = \dfrac{a}{1-a}\cdot\dfrac{y_A}{x_A}$、$MRS_B = \dfrac{b}{1-b}\cdot\dfrac{y_B}{x_B}$ です。$x_B = \bar{x} - x_A$、$y_B = \bar{y} - y_A$ を使って式(10.2)を書くと

$$\frac{a}{1-a}\cdot\frac{y_A}{x_A} = \frac{b}{1-b}\cdot\frac{\bar{y}-y_A}{\bar{x}-x_A}.$$

これを y_A について解くと契約曲線が得られます。原点 O_A（A が何も持たない）から O_B（B が何も持たない）まで続く曲線で、その上のどの点もパレート効率的です。

10.5　競争均衡の定義

では、市場での交換によって、どの配分が実現するのでしょうか。

要点：競争均衡（ワルラス均衡）

価格 (p_x^*, p_y^*) と配分 $(x_A^*, y_A^*, x_B^*, y_B^*)$ が次の2つの条件を満たすとき、これを**競争均衡**と呼ぶ。

1. **各消費者の最適化**：各消費者は、価格 (p_x^*, p_y^*) を所与として、予算制約(10.1)のもとで効用を最大化している。
2. **全ての市場の清算**：全ての財について、需要の合計が総量に等しい。

$$x_A^* + x_B^* = \bar{x}, \qquad y_A^* + y_B^* = \bar{y}$$

数式の読み方：定義が言っていること

- 条件1は「各人が自分の都合だけを考えて行動している」こと、条件2は「その結果が全体として両立している」ことを表します。
- ここでも**誰も価格を決めていません**。各人は価格を与えられたものとして需要量を決め、それがちょうど両立する価格が均衡価格です。均衡価格は、多くの人の分散した意思決定を調整する役割を果たしています。
- 部分均衡との違いは、条件2が**全ての市場について同時に**要求されている点です。

10.6 価格が違うとどうなるか

競争均衡の定義は、「価格が均衡価格でなければ、2人の選ぶ量が食い違う」ということを言い換えたものです。それを図で確かめてみましょう。価格比を変えると、予算線は初期保有の点 ω を中心に回転します。各人はその予算線の上で、自分にとって最適な点を選びます。

この図からは、2つのことが読み取れます。

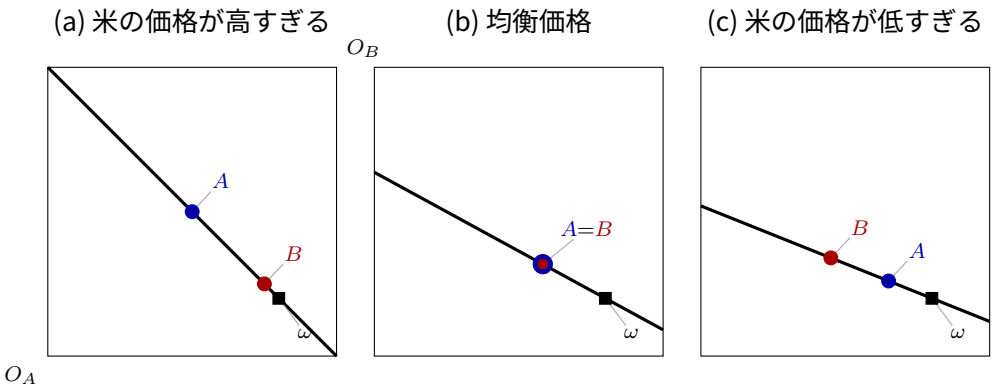
1つ目は、**価格が不均衡を調整する**ことです。(a) では米が余っているので、米の価格は下がります。(c) では米が足りないので、米の価格は上がります。こうして価格は、均衡の価格比に向かって動いていきます。

2つ目は、**市場は互いにつながっている**ことです。(a) では、米が余ると同時に、魚が足りなくなっています。2つの市場の不均衡は、別々に起こっているのではなく、表裏一体です。この関係は、あとで「ワルラス法則」として整理します。

10.7 均衡価格の決まり方

競争均衡の価格は、次の手順で求められます。

図 10.2　価格比と2人の選択



黒い直線が予算線。青い点は A の選ぶ組、赤い点は B の選ぶ組（B の量は右上の原点 O_B から測った位置に直してある）。O_A、O_B は (a) にだけ記した。

図の読み方

1. **(a) 米の価格が高すぎる**：予算線は急になります。2人の選ぶ点は**別々の場所**にあり、一致しません。このとき、2人が買いたい米の合計は総量より少なく（米が余り）、買いたい魚の合計は総量より多く（魚が足りない）なっています。
2. **(c) 米の価格が低すぎる**：予算線は緩やかになり、やはり2人の選ぶ点は一致しません。今度は、米が足りず、魚が余ります。
3. **(b) 均衡価格**：2人が同じ点を選びます。青と赤の点が重なり、米も魚も、需要の合計がちょうど総量に等しくなります。これが競争均衡です。

1. 価格を与えられたものとして、各人の所得（初期保有の市場価値）を計算する。
2. 各人の効用最大化から、その価格での需要量を求める（第3章）。
3. 2人の需要の合計が総量に等しくなるように、価格を決める。

コブ＝ダグラス型の効用 $u_A = a\ln x_A + (1-a)\ln y_A$、$u_B = b\ln x_B + (1-b)\ln y_B$ の場合に、一般的に解いてみましょう。魚の価格を $p_y = 1$ とし、米の価格を $p_x = p$ とします。

$$
\begin{aligned}
x_A = \frac{a\,(p\omega_A^x + \omega_A^y)}{p}, \qquad x_B = \frac{b\,(p\omega_B^x + \omega_B^y)}{p} && \text{（第3章の需要関数）}\\
x_A + x_B = \omega_A^x + \omega_B^x && \text{（米の市場清算）}\\
a\,(p\omega_A^x + \omega_A^y) + b\,(p\omega_B^x + \omega_B^y) = p\,(\omega_A^x + \omega_B^x) && \text{（両辺に } p \text{ を掛ける）}\\
p^* = \frac{a\,\omega_A^y + b\,\omega_B^y}{(1-a)\,\omega_A^x + (1-b)\,\omega_B^x} && \text{（} p \text{ について解く）}
\end{aligned}
\tag{10.3}
$$

数式の読み方：均衡価格の式の読み方

- **分子**：$a\,\omega_A^y + b\,\omega_B^y$ は、2人が魚で持っている財のうち、米を買うために差し出そうとする量です（魚の価値の a 割、b 割を米に使う）。つまり「米に向かう購買力」です。
- **分母**：$(1-a)\omega_A^x + (1-b)\omega_B^x$ は、2人が米で持っている財のうち、売りに出そうとする量です（米の価値の $1-a$、$1-b$ 割を魚に使う）。つまり「市場に出てくる米」です。
- したがって、**米を欲しがる人が多いほど（a, b が大きいほど）、また米が希少なほど（ω^x が小さいほど）、米の相対価格は高くなります**。価格は財の**希少性**を表しているのです。

計算例：数値で確かめる

図の経済は、$u_A = \frac{1}{2}\ln x_A + \frac{1}{2}\ln y_A$、$u_B = \frac{1}{4}\ln x_B + \frac{3}{4}\ln y_B$、初期保有 $\omega_A = (8,2)$、$\omega_B = (2,8)$ です。式(10.3)に代入すると $p^* = 6/11$ です。このとき A は $(5.83,\ 3.18)$、B は $(4.17,\ 6.82)$ を選び、米も魚も合計は10で市場は清算します。2人の限界代替率はどちらも $6/11$ に等しく、均衡配分は契約曲線上にあります。

10.8 超過需要関数とワルラス法則

図10.2で見た「余り」と「不足」を、式で整理しましょう。財 x の**超過需要**は

$$z_x(p_x, p_y) = \underbrace{x_A(p_x,p_y) + x_B(p_x,p_y)}_{\text{需要の合計}} - \underbrace{(\omega_A^x + \omega_B^x)}_{\text{総量}}$$

です。y についても同様に z_y を定義します。超過需要が正なら品不足、負なら売れ残り（超過供給）です。市場の清算条件は $z_x = 0$、$z_y = 0$ と書けます。

要点：ワルラス法則

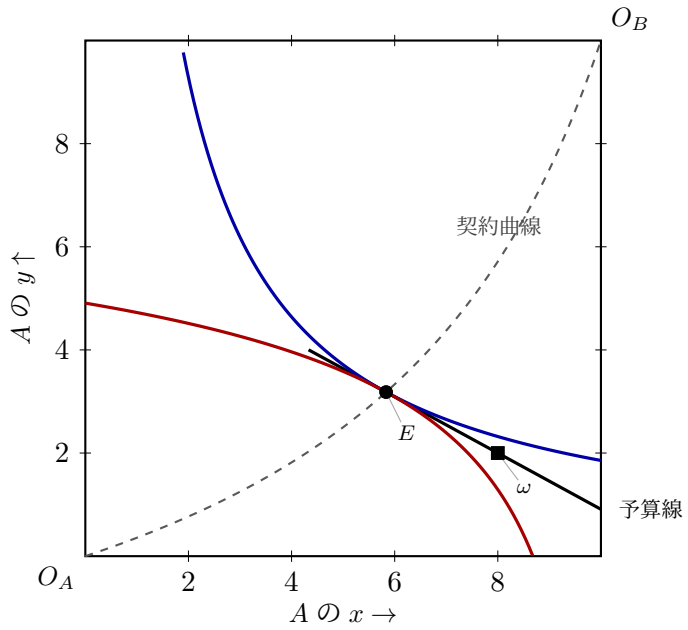
どんな価格のもとでも、超過需要の価値の合計はゼロになる。

$$p_x\, z_x(p_x,p_y) + p_y\, z_y(p_x,p_y) = 0 \tag{10.4}$$

したがって、**2つの市場のうち一方が清算すれば、もう一方も自動的に清算する**。一般に n 個の市場があれば、$n-1$ 個の市場が清算すれば残りの1つも清算する。

図10.2の (a) では、米が余る（$z_x < 0$）と同時に、魚が足りない（$z_y > 0$）のでした。余った米の価値と、足りない魚の価値が、ちょうど釣り合っているのです。

図 10.3　エッジワース・ボックス：競争均衡



E は競争均衡の配分。図10.1と同じ経済。

図の読み方

1. 黒い直線は、均衡価格のもとでの予算線です。2人とも初期保有の価値が所得なので、2人の予算線は同じ1本の直線で、初期保有の点 ω を通ります。
2. A は予算線上で効用を最大にする点として E を選びます（青い無差別曲線が予算線に接する）。B も、O_B から見て予算線上で効用を最大にする点として、同じ E を選びます（赤い無差別曲線が予算線に接する）。
3. 2人が選ぶ点が一致しているので、米も魚も需要の合計が総量に等しく、市場が清算しています。価格が違えば、図10.2のように、2人の選ぶ点が食い違います。
4. E は2人の無差別曲線が接する点なので、契約曲線（灰色の破線）の上にあります。**競争均衡はパレート効率的**です。
5. 均衡では、A は米を一部売って魚を買い、B はその逆の取引をしています。

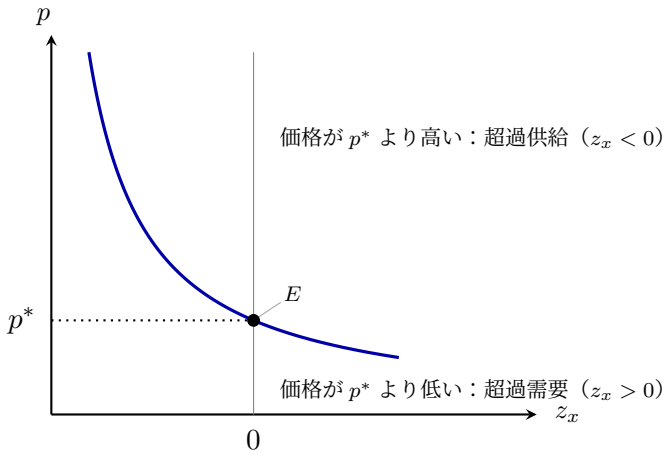
ワルラス法則の証明　各消費者は予算を使い切るので、A について $p_x x_A + p_y y_A = p_x \omega_A^x + p_y \omega_A^y$、すなわち

$$p_x(x_A - \omega_A^x) + p_y(y_A - \omega_A^y) = 0$$

です。これは「A が買う額 $=$ A が売る額」を表します。B についても同じ式が成り立ちます。2人の式を足すと

$$p_x\big[(x_A + x_B) - (\omega_A^x + \omega_B^x)\big] + p_y\big[(y_A + y_B) - (\omega_A^y + \omega_B^y)\big] = 0,$$

図 10.4　超過需要関数と均衡価格



灰色の縦線が $z_x = 0$。この図の経済は図10.3と同じ。

図の読み方

1. 横軸は米の超過需要、縦軸は米の相対価格 p です。超過需要が0になる価格（点 E）が均衡価格 p^* です。
2. 価格が p^* より高いと超過需要は負（売りたい量が買いたい量を上回る）、低いと正（品不足）になります。
3. 超過需要がある財の価格を上げ、超過供給がある財の価格を下げる、という調整（**模索過程**、タトヌマン）を考えると、価格は p^* に向かっていきます。
4. 価格が0に近づくと米の超過需要は限りなく大きく、価格が非常に高いと超過供給になります。超過需要関数が連続なら、途中のどこかで必ず0を横切ります。これが2財の経済で**均衡が存在する**理由です。

つまり $p_x z_x + p_y z_y = 0$ です。**一人ひとりが予算制約を守っていれば、経済全体でも「買う総額 = 売る総額」が成り立つ**、というのがワルラス法則の本質です。$z_x = 0$ なら、$p_y > 0$ なので $z_y = 0$ が従います。

10.9　価格の基準化：意味があるのは相対価格だけ

均衡価格を求めるときは、魚の価格を $p_y = 1$ と固定しました。なぜそうしてよいのでしょうか。

全ての価格を t 倍すると、予算制約(10.1)の両辺がどちらも t 倍になるだけなので、予算線は全く変わりません。したがって需要も変わりません（第3章の需要関数の0次同次性）。つまり、**需要と供給は価格の比（相対価格）p_x/p_y だけに依存します**。円で測っても銭で測っても、米1単位が魚何単位分の価値をもつかは変わらない、ということです。

そのため、価格の1つを1に固定しても一般性は失われません。価格を1に固定した財

を**ニューメレール**（価値尺度財）と呼びます。$p_y = 1$ とすれば、p_x は「米1単位が魚何単位分の価値をもつか」を表します。

数式の読み方：数を数えると話が合う

- 未知数：2つの価格 p_x、p_y。しかし相対価格だけが意味をもつので、決めるべき未知数は実質1つ（p_x/p_y）。
- 方程式：2つの市場の清算条件。しかしワルラス法則で一方は自動的に満たされるので、独立な方程式は実質1つ。
- 未知数1つ、方程式1つで、ちょうど解が決まります。n 財の経済でも、相対価格 $n-1$ 個と独立な市場清算条件 $n-1$ 本で数が合います。

発展：一般的な交換経済での均衡の存在

消費者が I 人、財が n 個ある一般の交換経済でも、各消費者の選好が連続・単調・凸であれば、競争均衡が少なくとも1つ存在することが証明されています（アローとドブリューの定理、1954年）。証明には、超過需要関数のゼロ点を「不動点定理」を使って見つける方法が使われます。図10.4の「連続な関数が正から負に変わるなら、どこかで0を横切る」という考え方を、多くの財に拡張したものです。一方、均衡がただ1つである（一意性）とは限らず、一意性を保証するには追加の条件が必要です。

要点

- 交換経済では、所得が初期保有の市場価値なので、価格が変わると所得も変わる。
- パレート効率的な配分では2人の MRS が等しく、それらを結んだ曲線が契約曲線。効率性は公平性とは別の基準。
- 競争均衡は「各人の最適化」と「全ての市場の清算」を同時に満たす価格と配分。価格が均衡からずれると、2人の選ぶ量が食い違い、ある財は余り、ある財は不足する。
- 均衡では各人の MRS が共通の価格比に等しくなるので、均衡配分はパレート効率的。
- ワルラス法則により、n 個の市場のうち $n-1$ 個が清算すれば残りも清算する。意味があるのは相対価格だけなので、価格の1つを1に基準化できる。

次の章へ　交換経済では、競争均衡がパレート効率的になることを図で確かめました。第11章では、生産のある経済に拡張し、この性質が一般に成り立つこと（厚生経済学の第一基本定理）と、その逆（第二基本定理）を学びます。

大学院とのつながり　大学院のマクロモデルの「競争均衡」の定義は、この章の定義に企業と時間を加えたものです。「各主体の最適化」と「全ての市場の清算」を同時に満たす価格と数量の組、という構造は全く同じです。ワルラス法則で市場を1つ省略すること、財の価格を1に基準化して賃金や利子率を実質値で測ることも、そのまま使われます。

第11章

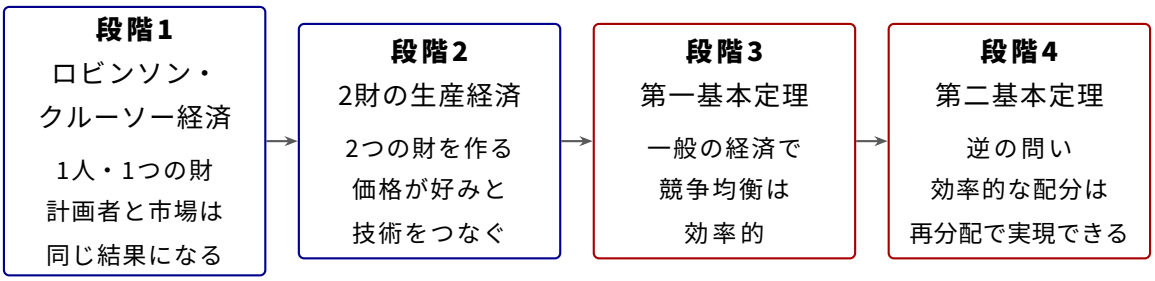
一般均衡 II：生産経済と厚生経済学の基本定理

ここまでの流れ　第10章で、交換経済の競争均衡を求め、それがパレート効率的であることを確かめました。
この章の問い　生産のある経済でも、市場は効率的な資源配分を実現するのか。それはどんな条件のもとで、なぜ成り立つのか。
この章で分かること　生産者と消費者が同時に登場する一般均衡を、最も簡単な**ロビンソン・クルーソー経済**で学び、「全てを決める計画者」の選択と「市場」の結果が一致することを確かめます。そのうえで、一般均衡理論の到達点である**厚生経済学の第一基本定理**と**第二基本定理**を学びます。

11.1　この章の見取り図

第10章では、生産のない交換経済で、競争均衡がパレート効率的になることを図で確かめました。この章では、生産を加えても同じことが言えるのかを考えます。いきなり一般の経済を考えると難しいので、次の4つの段階に分けて進みます。

図 11.1　この章の流れ



青は具体的な例で確かめる段階、赤は一般的な定理にまとめる段階。

全体を通じた問いは、「全ての事情を知っている計画者が決める配分」と、「価格だけを見て行動する人々が作る市場の結果」が、同じになるのかということです。段階1と2では、これを例で確かめます。段階3と4では、それを一般的な定理としてまとめます。

11.2　段階1：ロビンソン・クルーソー経済

無人島に1人で暮らすロビンソンを考えます。彼は持ち時間1を、労働 L と余暇 $l = 1 - L$ に分けます。労働を使って食料 c を生産し、その技術は生産関数

$$c = f(L), \qquad f'(L) > 0, \quad f''(L) < 0$$

で表されます（限界生産物は正で逓減）。ロビンソンの効用は、食料と余暇から得られます：$u(c, l)$。

この島の経済を、2つの方法で考えて、結果を比べます。1つは、ロビンソンが全てを自分で決める「計画者」の方法、もう1つは、島に企業と市場があると考える「市場経済」の方法です。

11.2.1　方法1：計画者として解く

ロビンソンが1人で全てを決める（**計画者**）なら、生産した分を全部食べるので、問題は

$$\max_{L} \; u\big(f(L),\, 1 - L\big) \tag{11.1}$$

です。L で微分してゼロとおくと（合成関数の微分）

$$\begin{aligned} u_c \cdot f'(L) - u_l &= 0 && \text{（}c = f(L)\text{、}l = 1 - L \text{ を } L \text{ で微分）} \\ \frac{u_l}{u_c} &= f'(L) && \text{（整理）} \end{aligned} \tag{11.2}$$

を得ます。

数式の読み方：計画者の条件の意味

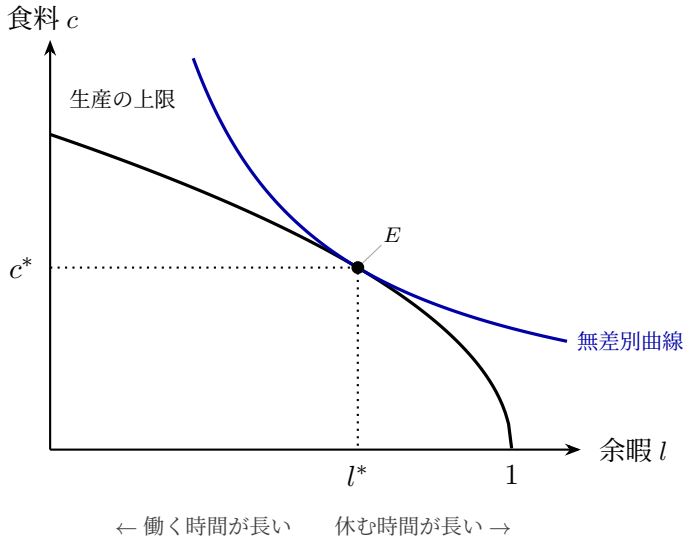
- 左辺 u_l/u_c は、余暇と食料の**限界代替率**：余暇を1単位あきらめるのに、食料がどれだけ増えれば満足が変わらないか（好みの側の交換比率）。
- 右辺 $f'(L)$ は労働の**限界生産物**：余暇を1単位あきらめて働くと、食料がどれだけ増えるか（技術の側の交換比率）。これを**限界変形率**（MRT）とも呼びます。
- 最適な点では、**好みの交換比率 = 技術の交換比率**になります。もし限界生産物の方が大きければ、もう少し働けば満足が増えるからです。

11.2.2　方法2：市場経済として解く（分権化）

次に、同じ島に「企業」と「市場」があると考えます。ロビンソンは2つの役割を演じます。

- **家計**としてのロビンソン：労働を企業に売り（賃金 w）、企業を所有して利潤 π を受け取り、食料を買って消費する。
- **企業**としてのロビンソン：労働を雇って食料を生産し、売る。

図 11.2　計画者の選択



横軸は余暇です。左へ行くほど余暇が短く、働く時間が長くなります。

図の読み方

1. 黒い曲線は、余暇を l にした（働く時間を $1-l$ にした）ときに作れる食料の最大量です。左へ行くほど多く働くので食料は増えますが、限界生産物の逓減で増え方は鈍ります。
2. 青い曲線は無差別曲線で、右上にあるほど満足が高くなります。
3. 計画者は、黒い曲線の上で、最も高い無差別曲線に届く点を選びます。それが、2つの曲線が**接する**点 E です。
4. 接点では、無差別曲線の傾き（余暇と食料の MRS）と、黒い曲線の傾き（技術で決まる交換比率）が等しくなっています。これが式(11.2)です。

市場は2つ、**食料市場**（価格を1に基準化）と**労働市場**（実質賃金 w）です。家計も企業も、価格（賃金 w）を与えられたものとして行動します。ここが計画者との違いです。計画者は技術も好みも全て知っていますが、市場の参加者は、賃金という価格だけを見て決めます。

企業の問題：利潤を最大化します。

$$\max_{L^d} \pi = f(L^d) - wL^d \quad \Longrightarrow \quad f'(L^d) = w \tag{11.3}$$

（限界生産物 = 実質賃金、第8章）。

家計の問題：所得（賃金と利潤）の範囲で効用を最大化します。

$$\max_{c,l} u(c,l) \quad \text{s.t.} \quad c = w(1-l) + \pi \quad \Longrightarrow \quad \frac{u_l}{u_c} = w \tag{11.4}$$

図 11.3　市場経済での選択：予算線が両方に接する

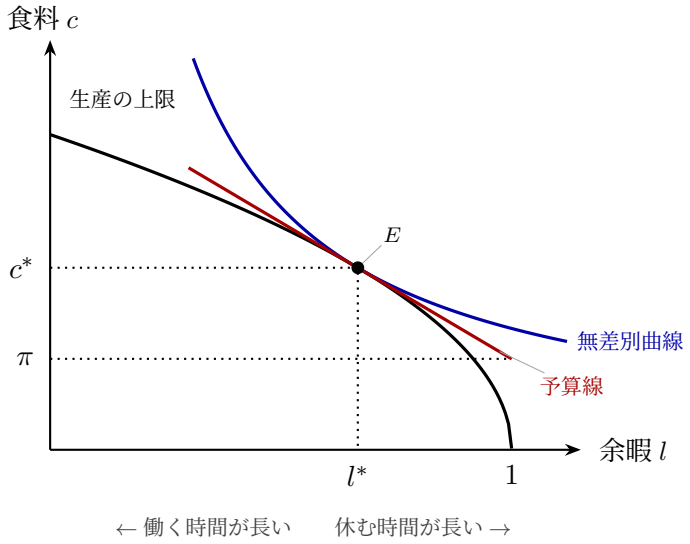


図11.2に、赤い予算線（傾き $-w$）を加えた図。

図の読み方

1. **家計**は、赤い予算線の上で、最も高い無差別曲線に届く点を選びます。予算線は、余暇を全部とったとき（$l = 1$）の所得が利潤 π で、働くほど賃金 w ずつ消費が増えます（傾き $-w$）。したがって、予算線は無差別曲線に接します（式(11.4)）。
2. **企業**は、利潤が最大になる点を選びます。同じ赤い直線は、企業にとっては「利潤が一定になる線」にあたります。利潤が最大になるのは、この線が黒い曲線にちょうど接する点です（式(11.3)）。
3. 均衡賃金 w のもとでは、赤い直線が点 E で、黒い曲線と無差別曲線の**両方に接します**。家計も企業も、同じ点 E を選ぶので、市場が清算します。
4. この点 E は、図11.2の計画者の選んだ点と同じです。

（余暇と消費の MRS = 賃金、第5章の労働供給）。

市場の清算：労働の需要と供給が等しい（$L^d = 1 - l$）、食料の需要と供給が等しい（$c = f(L^d)$）。

要点：市場の結果 = 計画者の結果

式(11.3)と式(11.4)から賃金 w を消去すると

$$\frac{u_l}{u_c} = w = f'(L),$$

となり、計画者の条件(11.2)と**全く同じ**です。食料市場の清算条件 $c = f(L)$ も計画者の問題と同じなので、市場経済は計画者と同じ配分を実現します。

数式の読み方：なぜ一致するのか

企業は賃金だけを見て「限界生産物 = 賃金」になるまで雇い、家計は賃金だけを見て「MRS = 賃金」になるまで働きます。2人（実際には同じロビンソンですが）は互いの事情を知らなくても、**同じ賃金を見ている**ので、結果として MRS = 限界生産物が成り立ちます。賃金という価格が、技術の情報と好みの情報を結びつける「伝達役」を果たしているのです。

要点：段階1のまとめ

- 全てを知る計画者の選択と、賃金だけを見る市場の結果は、一致する。
- 一致する理由は、価格（賃金）が好みと技術の両方に「同じ交換比率」を示すから。
- 次の段階では、財が2つになっても同じことが言えるかを見る。

11.3 段階2：2財を生産する経済：MRS = MRT

次に、労働を使って2つの財 x と y を生産する経済を考えます。段階1と同じ構造が、財が2つになっても成り立つかを確かめます。

労働の総量が決まっているので、x を多く作れば y は少ししか作れません。作ることのできる (x, y) の組の境界を**生産可能性フロンティア**（PPF）と呼びます。

PPF の傾きの絶対値を**限界変形率**（MRT）と呼びます。「x を1単位多く作るために、あきらめなければならない y の量」、つまり技術の側の交換比率です。労働を y の生産から x の生産に移すと考えれば、

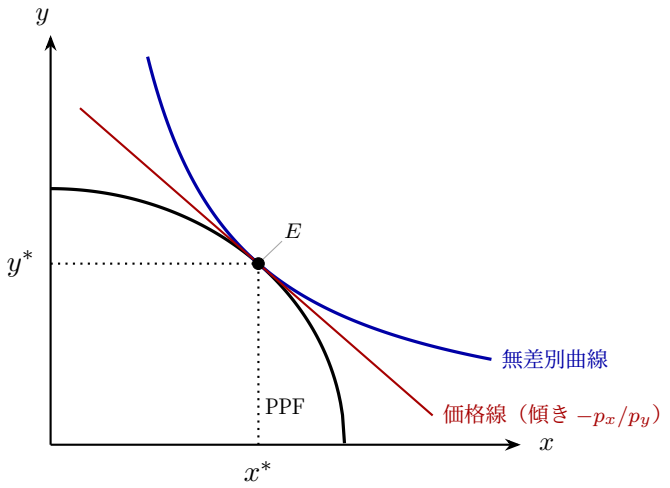
$$MRT_{xy} = \frac{MC_x}{MC_y}$$

（x の限界費用と y の限界費用の比）であることが分かります。段階1の限界生産物 $f'(L)$ は、この MRT の1財版にあたります。

要点：段階2のまとめ

- 効率的な配分では、好みの交換比率と技術の交換比率が一致する：$MRS = MRT$。
- 市場では、消費者も企業も同じ価格比を見て行動するので、$MRS = p_x/p_y = MRT$ が自然に成り立つ。
- 段階1と同じ構造が、財が2つになっても成り立つ。これを一般の経済に広げたものが、次の基本定理。

図 11.4　生産可能性フロンティアと一般均衡



PPF は労働が総量1に限られるときの生産の限界。

図の読み方

1. 黒い曲線が PPF です。原点に対して外側にふくらんでいる（凹）のは、x を多く作るほど、追加の x 1単位のために多くの y をあきらめなければならない（MRT が上がる）からです。
2. 効率的な配分は、PPF と無差別曲線が接する点 E です。そこでは $MRS = MRT$：好みの交換比率と技術の交換比率が一致しています。
3. 市場経済では、企業は価格 = 限界費用で生産するので $MRT = MC_x/MC_y = p_x/p_y$、消費者は $MRS = p_x/p_y$ を選びます。したがって均衡では $MRS = p_x/p_y = MRT$ となり、効率的な点 E が実現します。赤い価格線は点 E で PPF と無差別曲線の両方に接しています。

11.4　段階3：厚生経済学の第一基本定理

ここまでの例で見てきたことは、一般的な定理としてまとめられます。

要点：厚生経済学の第一基本定理

次の条件が満たされるとき、**競争均衡の配分はパレート効率的である**。

- 全ての財に市場があり、全ての主体が価格受容者である（完全競争・市場の完備性）。
- 外部性がない（ある主体の行動が、価格を通さずに他の主体に影響しない）。
- 消費者の選好が単調（多いほどよい）である。

効率的な配分には、3つの条件が必要です。市場は、この3つを、価格だけを手がかりにして同時に満たします。

効率性の条件	内容	市場でなぜ成り立つか
交換の効率性	消費者の間で MRS が等しい	全員が同じ価格比を見て $MRS = p_x/p_y$ を選ぶ
生産の効率性	企業の間で $MRTS$ が等しい	全企業が同じ要素価格を見て $MRTS = w/r$ を選ぶ
生産物構成の効率性	$MRS = MRT$	企業は価格 = 限界費用で生産し、$MRT = p_x/p_y = MRS$

数式の読み方：なぜ成り立つのか（直観）

- 競争均衡では、全ての消費者が同じ価格比を見て $MRS = p_x/p_y$ を選びます。したがって**全員の MRS が等しく**なり、消費者の間で交換による改善の余地がありません（第10章）。
- 全ての企業が同じ要素価格を見て $MRTS = w/r$ を選ぶので、**企業の間で生産要素を移し替えても**生産を増やせません。
- 企業は価格 = 限界費用で生産するので $MRT = p_x/p_y = MRS$ となり、**何をどれだけ作るか**についても改善の余地がありません。

価格は、財の希少性（技術）と人々の欲しさ（好み）についての情報を1つの数字にまとめて全員に伝えます。各人が価格だけを見て自分の利益を追求すると、その情報を通じて、経済全体としては無駄のない配分が実現します。これはアダム・スミスの「見えざる手」を厳密に表したものです。

発展：第一基本定理の証明の考え方（交換経済）

競争均衡の配分 $(x_A^*, y_A^*, x_B^*, y_B^*)$ がパレート効率的でないと仮定し、矛盾を導きます。もし、誰の効用も下げずに誰かの効用を上げる配分 (x'_A, y'_A, x'_B, y'_B) があるとします。

1. 効用が上がる人（例えば A）にとって、新しい組は均衡で選んだ組より好ましいので、均衡価格のもとでは**予算より高い**はずです（もし予算内なら、均衡でそれを選んでいたはずだから）：$p_x x'_A + p_y y'_A > p_x \omega_A^x + p_y \omega_A^y$。
2. 効用が同じ人（B）にとっても、新しい組は**予算以上**のはずです（単調性から、もし予算より安ければ余ったお金でもっと効用を上げられたはずだから）：$p_x x'_B + p_y y'_B \geq p_x \omega_B^x + p_y \omega_B^y$。
3. 2つを足すと $p_x(x'_A + x'_B) + p_y(y'_A + y'_B) > p_x \bar{x} + p_y \bar{y}$。しかし新しい配分も実行可能（総量の範囲内）なので、左辺は右辺以下のはずです。**矛盾**。

したがって競争均衡の配分はパレート効率的です。この証明は MRS などの微分を使わないので、無差別曲線が滑らかでない場合にも成り立ちます。

11.5 段階4：厚生経済学の第二基本定理

第一基本定理は「市場の結果は効率的である」と述べますが、その結果が公平であるとは限りません。初期保有が極端に偏っていれば、均衡配分も偏ったものになります。では、社会が望ましいと考える別の効率的な配分を、市場を使って実現できるでしょうか。

要点：厚生経済学の第二基本定理

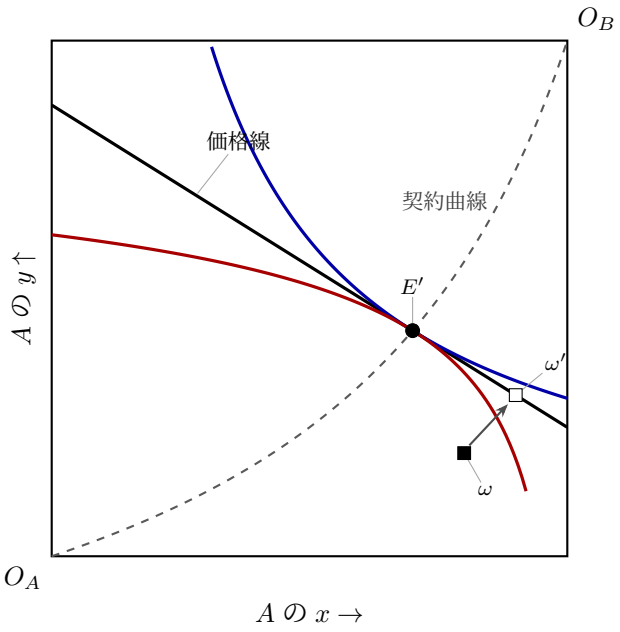
選好と技術が凸であるなどの条件のもとで、**どんなパレート効率的な配分も、初期保有（所得）を適当に再分配すれば、競争均衡として実現できる**。

エッジワース・ボックスで、その仕組みを見てみましょう。

数式の読み方：第二基本定理の意味

- この定理は、**効率性と公平性を分けて考えられる**ことを示しています。公平さの問題は所得の再分配で対処し、あとは市場に任せれば効率的な配分が得られる、という考え方です。
- ただし、再分配は人々の行動に影響しない方法（**一括での移転**、例えば能力に応じた定額の税）で行う必要があります。所得税のように行動を変える税では、効率性が損なわれます（第9章の死荷重）。

図 11.5　第二基本定理：再分配と競争均衡



黒い直線が価格線。$\omega \to \omega'$ の矢印が、初期保有の再分配を表す。

図の読み方

1. 契約曲線（灰色の破線）の上から、社会が望ましいと考える配分 E' を1つ選びます。契約曲線上の点なので、パレート効率的です。
2. 点 E' で、2人の無差別曲線は接しています。その共通の接線を引くと、これが価格線です。この直線の傾きが、E' を実現する価格比です。
3. もとの初期保有 ω は価格線の上にないので、そのままでは E' は実現しません。そこで、初期保有を価格線上の点 ω' に再分配します。
4. 再分配後は、2人の予算線がこの価格線になります。A も B も、予算線の上で効用を最大にする点として、同じ点 E' を選びます。市場が E' を実現します。

要点

- **段階1**：ロビンソン・クルーソー経済では、計画者の解と市場の均衡が一致する。賃金という価格が、技術と好みの情報を結びつける。
- **段階2**：効率的な配分では $MRS = MRT$（好みの交換比率 = 技術の交換比率）。市場では両者が価格比に等しくなることで、これが実現する。
- **段階3（第一基本定理）**：完全競争・市場の完備・外部性なしなら、競争均衡はパレート効率的。
- **段階4（第二基本定理）**：再分配を組み合わせれば、どんな効率的な配分も競争均衡として実現できる。効率性と公平性は分けて考えられる。

次の章へ　第一基本定理には、「完全競争」「外部性がない」などの条件がついていました。第12章と第13章では、これらの条件が満たされず、市場が効率的な配分を実現できない場合（市場の失敗）として、独占、外部性、公共財を考えます。

大学院とのつながり　大学院のマクロ経済学では、この章のロビンソン・クルーソー経済に「時間」と「資本の蓄積」を加えたモデル（ラムゼイモデル）が出発点になります。そこでも、競争均衡と計画者の解が一致すること（第一基本定理）が示され、計画者の問題を解くことで均衡を求めるという方法がよく使われます。

第12章

独占と価格差別

ここまでの流れ　第11章で、完全競争・市場の完備・外部性なしという条件のもとで、競争均衡がパレート効率的になること（第一基本定理）を学びました。
この章の問い　売り手が1社しかなく、価格を自分で決められるとき、市場の結果はどう変わるのでしょうか。また、独占企業が客ごとに違う価格をつけられるとしたら、効率性と分配はどうなるでしょうか。
この章で分かること　独占企業の利潤最大化とマークアップ、独占の死荷重、第1種・第2種・第3種の価格差別と二部料金、自然独占と価格規制、そして独占的競争の長期均衡が分かります。

12.1　独占企業の利潤最大化

市場に売り手が1社しかない場合を**独占**と呼びます。地域に1社しかない鉄道会社や、特許で守られた新薬の売り手が、その例です。完全競争の企業は価格を所与としていましたが（第8章）、独占企業は市場の需要曲線全体に直面し、生産量を変えることで価格を動かせます。需要曲線を価格について解いた形（逆需要関数）を $p(q)$、総費用を $TC(q)$ とすると、利潤は

$$\pi(q) = p(q)\,q - TC(q)$$

です。一階条件は次のとおりです。

$$\frac{d\pi}{dq} = \underbrace{p(q) + p'(q)\,q}_{\text{限界収入 } MR} - MC(q) = 0 \qquad \text{（積の微分）}$$

$$MR(q) = MC(q) \qquad \text{（限界収入 = 限界費用）} \tag{12.1}$$

数式の読み方：限界収入が価格より小さい理由

- 限界収入 $MR = p + p'(q)\,q$ の第1項 p は、もう1単位売ることで得られる収入です。
- 第2項 $p'(q)\,q$ は負です（需要曲線が右下がりなので $p' < 0$）。もう1単位売るには価格を下げなければならず、**それまでの全ての単位の価格も**下がることによる収入の減少を表します。
- 完全競争の企業は価格を動かせないので第2項がなく、$MR = p$ でした（第8章）。独占企業では $MR < p$ です。

限界収入は、需要の価格弾力性 $\varepsilon = -\dfrac{dq}{dp}\dfrac{p}{q}$（第1章）を使って書き直せます。

$$\begin{aligned} MR &= p + p'(q)\,q = p\Big(1 + \frac{dp}{dq}\frac{q}{p}\Big) && (p \text{ でくくる}) \\ &= p\Big(1 - \frac{1}{\varepsilon}\Big) && (\tfrac{dp}{dq}\tfrac{q}{p} = -\tfrac{1}{\varepsilon} \text{ を使う}) \end{aligned} \tag{12.2}$$

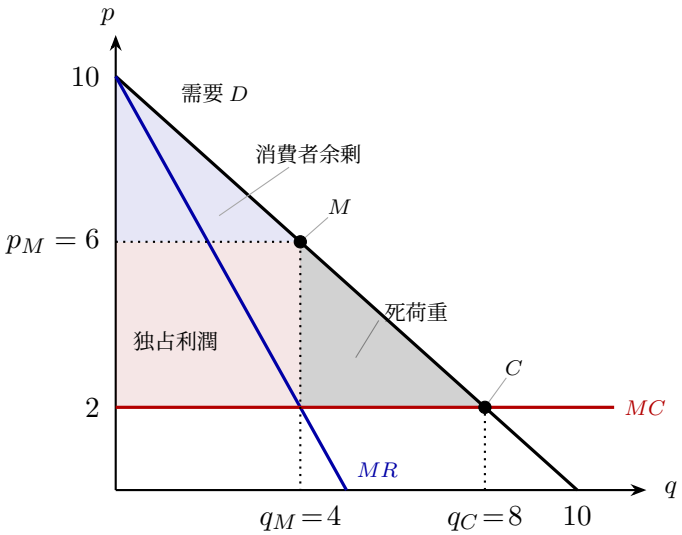
これを式(12.1)に代入すると、**マークアップの公式**が得られます。

$$p\Big(1 - \frac{1}{\varepsilon}\Big) = MC \quad\Longleftrightarrow\quad p = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\,MC \quad\Longleftrightarrow\quad \frac{p - MC}{p} = \frac{1}{\varepsilon} \tag{12.3}$$

数式の読み方：マークアップの公式の読み方

- $\varepsilon/(\varepsilon - 1) > 1$ を**マークアップ**と呼びます。独占企業は限界費用にこの倍率を掛けた価格をつけます。
- 3つ目の形 $(p - MC)/p = 1/\varepsilon$ は**ラーナー指数**と呼ばれ、価格のうちどれだけが限界費用を上回っているか（市場支配力の大きさ）を表します。需要が価格に敏感なほど（ε が大きいほど）、ラーナー指数は0に近づき、競争的な価格に近づきます。
- $MC > 0$ なら $MR > 0$ でなければならないので、式(12.2)から $\varepsilon > 1$ です。独占企業は、需要が弾力的な（$\varepsilon > 1$ の）範囲で生産します。

図 12.1　独占と死荷重



黒が需要曲線（$p = 10 - q$）、青が限界収入、赤が限界費用（$MC = 2$、一定）。

図の読み方

1. 限界収入曲線（青）は需要曲線（黒）より下にあり、傾きは需要曲線の2倍です（直線の需要の場合）。
2. 独占企業は $MR = MC$ となる $q_M = 4$ を選び、需要曲線上の価格 $p_M = 6$ をつけます（点 M）。
3. 完全競争なら、価格 = 限界費用となる $q_C = 8$（点 C）が実現するはずです。
4. 独占では、支払意思額が限界費用を上回る取引（q_M から q_C の間）が行われません。失われた余剰が灰色の三角形（**死荷重**）です。独占は、価格受容者という第一基本定理の条件が崩れることで非効率を生みます。

計算例：余剰の内訳

図12.1の数値で、完全競争と独占を比べます。

- 完全競争（点 C）：消費者余剰 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$、生産者余剰 $= 0$（MC が一定なので）、総余剰 32。
- 独占（点 M）：消費者余剰 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$、独占利潤 $= (6 - 2) \times 4 = 16$、総余剰 24、死荷重 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$。

独占は、消費者から企業への**所得移転**（16）と、誰の得にもならない**死荷重**（8）の2つを生みます。効率性の観点から問題なのは後者です。

補足：独占には供給曲線がない

完全競争の企業では、「価格 p が与えられたら $p = MC$ となる量を供給する」という関係が供給曲線でした。独占企業は価格を所与としないので、「価格ごとの供給量」という関係は存在しません。独占企業の生産量は、需要曲線の形（とくに弾力性）と限界費用の両方から決まります。

12.2 価格差別とは

ここまでの独占企業は、すべての客に同じ価格をつけていました。しかし現実には、映画館の学生割引、航空券の早割、まとめ買い割引のように、同じ財に異なる価格がつけられることがよくあります。費用の違いによらずに、客や購入量によって異なる価格をつけることを**価格差別**と呼びます。

価格差別が可能であるためには、次の2つの条件が必要です。

- **市場支配力**：価格を自分で決められること（完全競争では不可能）。
- **転売の防止**：安く買った客が高い価格の客に転売できないこと。転売できれば、全員が安い価格で買ってしまいます。

価格差別は、企業が客について持っている情報の量によって、伝統的に3種類に分類されます。

要点：価格差別の3分類

- **第1種（完全価格差別）**：一人ひとりの支払意思額を知っていて、各単位をその支払意思額で売る。
- **第2種**：客の支払意思額は分からないが、購入量や品質ごとに価格を変えた「メニュー」を示し、客自身に選ばせる（まとめ買い割引、二部料金、普通席とビジネス席）。
- **第3種**：客をグループ（学生と一般、国内と海外など）に分けられ、グループごとに異なる価格をつける。

12.3 第1種価格差別

独占企業が、各消費者が各単位にいくら払ってもよいかを完全に知っているとします。このとき企業は、需要曲線の高さ（支払意思額）どおりの価格で1単位ずつ売ることができます。

図 12.2　第1種価格差別

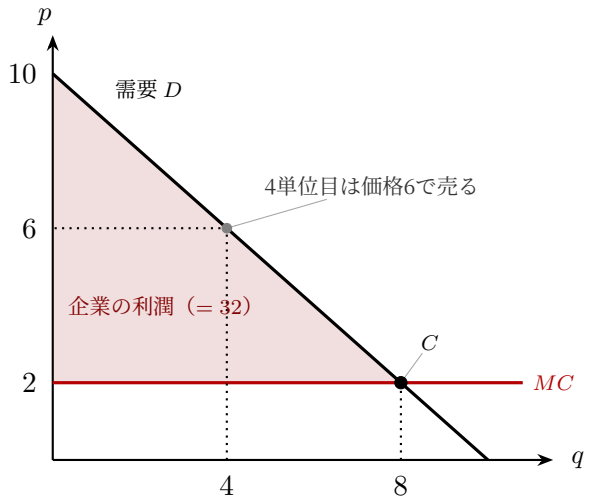


図12.1と同じ需要曲線と限界費用。

図の読み方

1. 企業は1単位目を 10 近くで、4単位目を 6 で……というように、各単位を需要曲線の高さで売ります。価格が単位ごとに違うので、もう1単位売るために前の単位の価格を下げる必要がありません。
2. そのため限界収入は価格そのもの（需要曲線の高さ）になり、$MR = p = MC$ となる $q = 8$（点 C）まで生産します。生産量は完全競争と同じで、死荷重はありません。
3. 一方、消費者は支払意思額ちょうどを払うので、消費者余剰はゼロです。総余剰 32 のすべてが企業の利潤（赤い三角形）になります。

要点：効率性と分配は別の問題

第1種価格差別は**効率的**ですが（死荷重がない）、余剰はすべて企業に移ります。パレート効率性は分配の公平さについて何も言わない、という第11章の指摘の典型例です。

二部料金　第1種価格差別を、一人ひとりの価格を決めずに実現する方法があります。**二部料金**は、使用量にかかわらない**固定料金** A と、1単位あたりの**従量料金** p を組み合わせた料金です（携帯電話の基本料金と通話料、テーマパークの入場料と乗り物券など）。消費者が q 単位買うときの支払額は $A + pq$ です。

すべての消費者が同じ需要曲線を持つなら、企業は次のようにすれば最大の利潤を得ます。

1. 従量料金を限界費用に等しくする（$p = MC$）。すると各消費者は効率的な量を買

い、消費者余剰が最大になります。

2. 固定料金を、その消費者余剰にちょうど等しくする。消費者は加入してもしなくても同じ（余剰ゼロ）なので加入し、企業は余剰をすべて受け取ります。

計算例：二部料金の数値例

各消費者の逆需要が $p = 10 - q$、$MC = 2$ とします。従量料金を $p = 2$ にすると、各消費者は $q = 8$ を買い、消費者余剰は $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$ です。固定料金を $A = 32$ にすれば、企業の利潤は1人あたり 32 で、図12.2の第1種価格差別と同じです。普通の独占（1人あたり利潤16）より大きくなります。

12.4 第2種価格差別

現実には、消費者の需要は人によって違い、企業はそれを個別には知りません。たとえば、たくさん使う人と少ししか使わない人がいるとします。企業が「たくさん使う人には高い固定料金」をつけたくても、相手がどちらのタイプか分からないので、それぞれに別の料金を押しつけることはできません。

そこで企業は、「少量プラン」と「大量プラン」のような**料金メニュー**を用意し、消費者に**自分で選ばせます**。これが第2種価格差別です。メニューを設計するときには、

- 各タイプの消費者が、自分向けのプランを（他方のプランより）選びたくなること、
- 各タイプの消費者が、そもそも買わないよりも買う方を選ぶこと、

という2つの条件を満たす必要があります。こうした制約のもとで最適なメニューを求める問題は、情報の非対称性の経済学（スクリーニング）の代表的なテーマです。次の図で、その仕組みを見てみましょう。

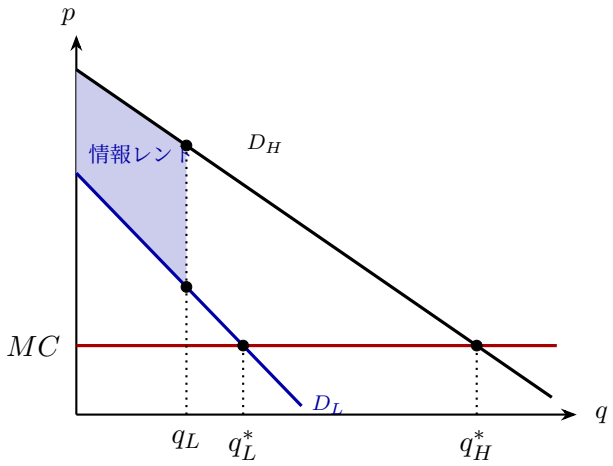
補足：第2種価格差別でよく見られる特徴

最適なメニューでは、多く使う人向けのプランでは効率的な量が提供される一方、少量プランの量は効率的な水準より小さく抑えられることが知られています。多く使う人が少量プランに「乗り換える」のを防ぐために、少量プランをわざと魅力の小さいものにするのです。航空会社のエコノミー席の座席が狭いのも、ビジネス席の客がエコノミー席に移るのを防ぐ効果がある、と説明されることがあります。

12.5 第3種価格差別

企業が客を、学生と一般、国内と海外のように、観察できる特徴で2つの市場に分けられるとします。市場1・市場2の逆需要を $p_1(q_1)$, $p_2(q_2)$、総費用を $TC(q_1 + q_2)$ とすると、利

図 12.3　第2種価格差別：2タイプの客とメニュー



黒が多く使う人（H）の需要曲線、青が少ししか使わない人（L）の需要曲線、赤が限界費用。

図の読み方

1. 効率的な量は、各タイプの需要曲線が限界費用と交わる点で決まります。少量使う人 L には q_L^*、多く使う人 H には q_H^* です。
2. もし両方に効率的な量のプランを出すと、H は L 向けのプランを選ぶ誘因をもちます。L 向けプランの料金は L の支払意思額ぎりぎりに設定されるので、H がそれを選ぶと、色をつけた領域の余剰を得られるからです。これを**情報レント**と呼びます。
3. そこで企業は、L 向けのプランの量を効率的な量 q_L^* より少ない q_L に抑えます。すると H が L 向けプランから得られる余剰（色の領域）が小さくなり、H 向けの料金を高くできます。
4. その結果、L 向けのプランは効率的な量より少なくなります。一方、H 向けのプランは効率的な量 q_H^* のままです。

潤は

$$\pi = p_1(q_1)\,q_1 + p_2(q_2)\,q_2 - TC(q_1+q_2) \tag{12.4}$$

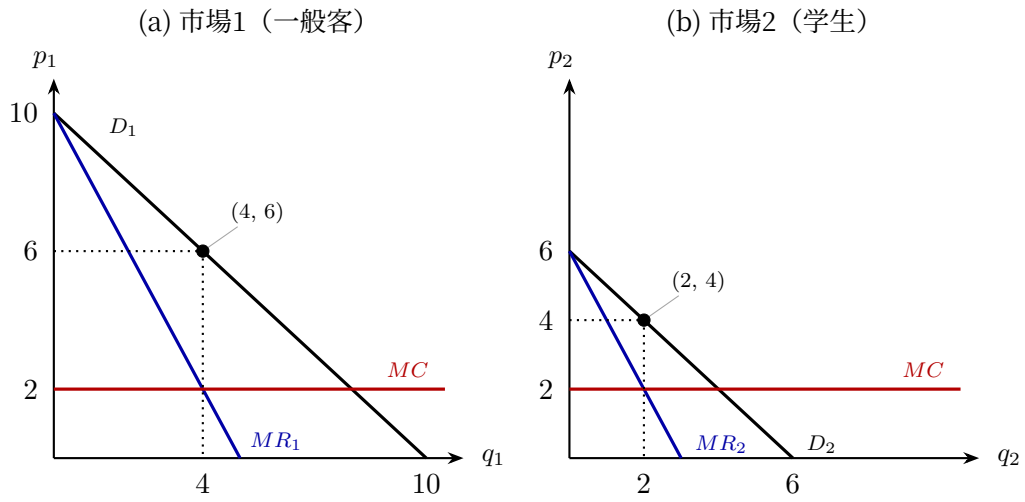
です。q_1, q_2 それぞれについての一階条件は

$$\begin{aligned} MR_1(q_1) &= MC(q_1+q_2) && (q_1 \text{ で微分}) \\ MR_2(q_2) &= MC(q_1+q_2) && (q_2 \text{ で微分}) \\ \Longrightarrow \quad MR_1 &= MR_2 = MC \end{aligned} \tag{12.5}$$

となります。さらに式(12.2)を各市場に当てはめると、

$$p_1\Big(1-\frac{1}{\varepsilon_1}\Big) = p_2\Big(1-\frac{1}{\varepsilon_2}\Big) = MC \tag{12.6}$$

図 12.4　第3種価格差別：2つの市場



市場1は $p_1 = 10 - q_1$、市場2は $p_2 = 6 - q_2$。赤い線は限界費用（$MC = 2$、一定）。

図の読み方

1. 2つの図の赤い線は同じ限界費用 $MC = 2$ です。企業は各市場で $MR = MC$ となる量を選びます。市場1では $q_1 = 4$、市場2では $q_2 = 2$ です。
2. 価格は各市場の需要曲線上で決まり、市場1では $p_1 = 6$、市場2では $p_2 = 4$ です。需要の小さい（価格に敏感な）市場2の方が安くなっています。
3. 均衡点での弾力性は、直線需要なので $\varepsilon = p/q \times 1$ より、市場1で $6/4 = 1.5$、市場2で $4/2 = 2$ です。式(12.6)を確かめると、$6(1 - 1/1.5) = 2$、$4(1 - 1/2) = 2$ で、どちらも MC に等しくなっています。

が得られます。

数式の読み方：第3種価格差別の条件

- 式(12.5)の $MR_1 = MR_2$ は、「最後の1単位をどちらの市場で売っても、増える収入が同じ」という条件です。もし $MR_1 > MR_2$ なら、市場2から市場1へ1単位移すと収入が増えるので、まだ最適ではありません。
- 式(12.6)から、$\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ なら $p_1 > p_2$ です。**需要が価格に鈍感な（弾力性の小さい）市場ほど高い価格**がつきます。一般料金より学生料金が安いのは、学生の方が価格に敏感だと考えられるからです。

計算例：価格差別しない場合との比較

同じ価格 p を両市場につける場合、$p < 6$ の範囲では総需要は $Q = (10 - p) + (6 - p) = 16 - 2p$、逆需要は $p = 8 - Q/2$、限界収入は $MR = 8 - Q$ です。$MR = 2$ より $Q = 6$、$p = 5$ で、利潤は $(5 - 2) \times 6 = 18$ です。価格差別したときの利潤は $(6 - 2) \times 4 + (4 - 2) \times 2 = 20$ なので、価格差別によって利潤が増えます。このとき市場1の客は値上げ（$5 \to 6$）、市場2の客は値下げ（$5 \to 4$）を経験します。

発展：第3種価格差別と社会的厚生

第3種価格差別が総余剰を増やすか減らすかは、一般には決まりません。上の例では、価格差別をしてもしなくても総生産量は 6 で同じです（直線需要で、両市場とも販売がある場合に成り立つ性質です）。総生産量が変わらないのに、限界的な支払意思額の高い市場1から低い市場2へ財が移るので、総余剰はむしろ減ります。一方、価格差別がなければ市場2で全く売られない（同一価格だと高すぎて市場2の需要がゼロになる）ような場合には、価格差別によって新しい市場が開かれ、総余剰が増えることがあります。

12.6　自然独占と価格規制

電力の送電網、水道、鉄道のように、巨額の固定費用がかかり、1社で供給した方が安くつく産業があります。総費用が $TC(q) = F + c\,q$（固定費用 F、限界費用 c 一定）なら、平均費用は

$$AC(q) = \frac{F}{q} + c \tag{12.7}$$

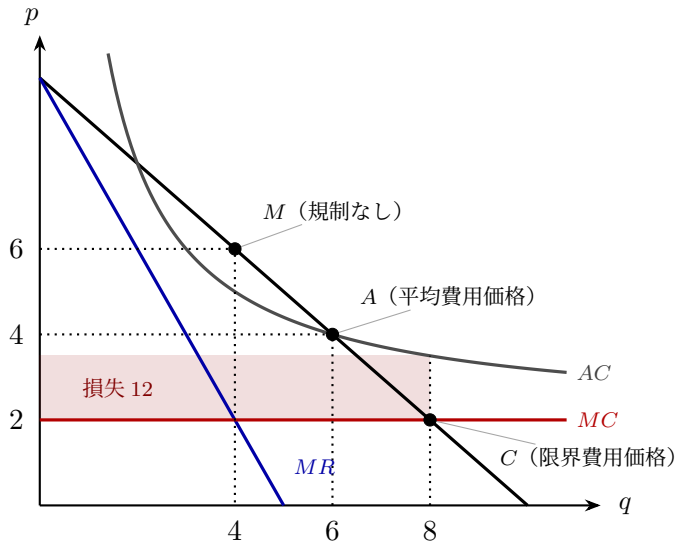
で、生産量が増えるほど下がり続けます（規模の経済、第7章）。このとき同じ量を2社で分けて作ると固定費用が2回かかるので、1社で作る方が安くなります。このような産業を**自然独占**と呼びます。

自然独占は放置すれば独占価格がつき、死荷重が生じます。かといって企業を分割すると費用が上がります。そこで、独占を認めたうえで価格を規制することが多くなります。

補足：規制の難しさ

限界費用価格規制は効率的ですが、損失を税金で補う必要があり、その税自体が別の市場で死荷重を生みます。平均費用価格規制では、企業は費用を下げても価格が下がるだけで利潤が増えないので、費用削減の意欲が弱まるという問題もあります。二部料金（固定料金で固定費用を回収し、従量料金を限界費用にする）は、損失を出さずに効率的な量を実現する方法の1つで、電気・ガス料金の基本料金はこの考え方に沿っています。

図 12.5　自然独占と価格規制



黒が需要曲線（$p = 10 - q$）、灰色が平均費用（固定費用 $F = 12$、限界費用 $c = 2$）、青が限界収入、赤が限界費用。

図の読み方

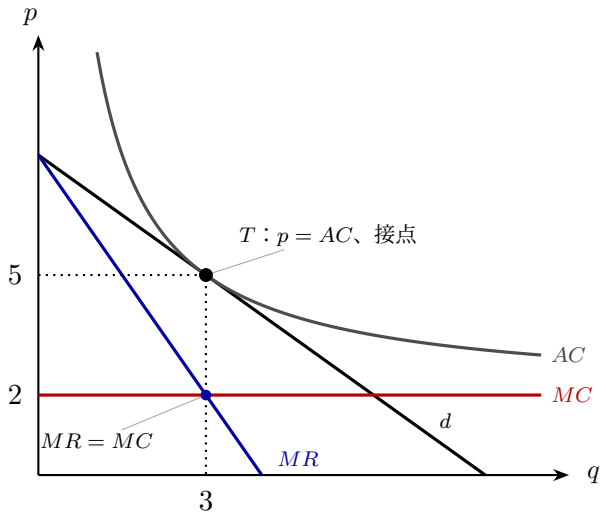
1. **規制なし（点 M）**：企業は $MR = MC$ の $q = 4$ を選び、価格6をつけます。利潤は $(6-2) \times 4 - 12 = 4$ で、死荷重は $\frac{1}{2} \times (8-4) \times (6-2) = 8$ です。
2. **限界費用価格規制（点 C）**：価格を $MC = 2$ にすると、生産量は効率的な 8 になります。しかし平均費用は $AC(8) = 3.5$ なので、1単位あたり 1.5、合計 12（赤い長方形、ちょうど固定費用 F）の損失が出ます。企業は補助金なしでは事業を続けられません。
3. **平均費用価格規制（点 A）**：価格を平均費用に等しくする（需要曲線と AC 曲線の交点）と、利潤はちょうどゼロで、補助金は不要です。生産量は 6 で、死荷重は $\frac{1}{2} \times (8-6) \times (4-2) = 2$ と、規制なしの 8 より小さくなります。

12.7　独占的競争

多くの企業が、少しずつ違う財（ブランドや味の違う商品など）を作って競争する市場を**独占的競争**と呼びます。各企業は自社の財について小さな独占力を持つので、右下がりの需要曲線に直面し、独占企業と同じく $MR = MC$ で生産します。ただし、参入と退出が自由である点が独占と違います。

- 既存企業に利潤があれば、新しい企業が似た財で参入し、各企業の需要曲線が左へ移ります。
- 損失があれば企業が退出し、残った企業の需要曲線が右へ移ります。
- 長期では利潤がゼロになるまで調整が続きます。

図 12.6　独占的競争の長期均衡



黒線 d は1社が直面する需要曲線（$p = 8 - q$）、灰色が平均費用、赤が限界費用。総費用は $TC = 9 + 2q$。

図の読み方

1. 黒線 d は、ある1社が直面する需要曲線です。参入が進むと d は左へ移り、AC 曲線（灰色）に接するところで止まります。
2. 接点 T では、価格と平均費用が等しく、利潤はゼロです。同時に、その生産量 $q = 3$ で $MR = MC$ が成り立っており、企業は利潤を最大化しています。
3. 価格5は限界費用2を上回り（マークアップがある）、生産量は平均費用が最小になる量より小さくなっています（AC はまだ右下がり）。この「過剰設備」が独占的競争の非効率です。その一方で、消費者は多様な財を選べるという利益を得ています。

長期均衡では、(1) $MR = MC$（利潤最大化）と (2) $p = AC$（利潤ゼロ）が同時に成り立ちます。これは、需要曲線が平均費用曲線に**接する**ときに実現します（チェンバリンの接点解）。

発展：マクロ経済学での独占的競争

大学院のマクロ経済学では、独占的競争をディキシット＝スティグリッツ型と呼ばれる形で定式化したモデルが標準的に使われます。各企業が自分で価格を決めるので、「価格を頻繁には変えない」ことに意味が生じ、価格の硬直性を扱うニューケインジアンモデルの土台になります。また、新しい財を発明すると独占利潤が得られることを研究開発の動機とみなす内生的成長理論にも使われます。

要点

- 独占企業は $MR = MC$ で生産し、価格は限界費用を上回ります（マークアップ $\varepsilon/(\varepsilon - 1)$）。生産が過少になり、死荷重が生じます。
- 第1種価格差別と二部料金は効率的な量を実現しますが、余剰は企業に移ります。第2種価格差別では、メニューを用意して客に自分で選ばせます。
- 第3種価格差別では、各市場で $MR = MC$ とし、需要の弾力性が小さい市場ほど高い価格をつけます。
- 自然独占では価格規制が行われますが、限界費用価格では損失が、平均費用価格では死荷重が残ります。独占的競争の長期均衡では、需要曲線が平均費用曲線に接し、利潤はゼロになります。

次の章へ　独占では「価格受容者」という第一基本定理の条件が崩れていました。次の章では、もう1つの条件「外部性がない」が崩れる場合として、外部性と公共財を学びます。

大学院とのつながり　少数の企業が互いの行動を読み合う寡占はゲーム理論で分析します。第2種価格差別は、情報の非対称性のもとでの契約設計（スクリーニング）として、契約理論の出発点になります。

第13章

外部性と公共財

ここまでの流れ　第12章では、「価格受容者」という第一基本定理の条件が崩れる独占を学びました。
この章の問い　ある人の行動が、市場の取引を通さずに他の人に影響するとき、市場はどこで失敗するのでしょうか。そして、税、補助金、規制、交渉のどれで、どこまで直せるのでしょうか。
この章で分かること　負の外部性とピグー税、正の外部性と補助金、排出権取引、コースの定理、共有地の悲劇、公共財の効率的な供給条件（サミュエルソン条件）とただ乗りが分かります。

13.1　外部性とは

ある主体の行動が、市場の取引（価格）を通さずに他の主体の効用や利潤に影響することを**外部性**と呼びます。

- **負の外部性**：工場の排煙による健康被害、自動車の渋滞や騒音、二酸化炭素の排出。
- **正の外部性**：教育による社会全体の生産性の向上、研究開発による知識の波及、予防接種による感染の抑制。

外部性があると、各主体が自分の費用と便益だけを見て行動しても、社会全体の費用と便益が正しく反映されません。第11章の第一基本定理は「外部性がない」ことを条件にしていたので、その結論（競争均衡はパレート効率的）が成り立たなくなります。

鍵になるのは、**私的**な費用・便益と**社会的**な費用・便益の区別です。

$$\text{社会的限界費用 } SMC = \text{私的限界費用 } PMC + \text{限界外部費用 } MEC \tag{13.1}$$

$$\text{社会的限界便益 } SMB = \text{私的限界便益 } PMB + \text{限界外部便益 } MEB \tag{13.2}$$

数式の読み方：私的と社会的の違い

- PMC は企業自身が負担する費用（原材料費や賃金）で、供給曲線の高さです（第8章）。
- MEC は、生産をもう1単位増やしたときに、**他の人**にかかる追加の費用（公害の被害など）です。企業はこれを負担しないので、生産量を決めるときに考慮しません。
- 社会全体から見た本当の費用は、両者の合計 SMC です。便益の側も同様で、PMB は需要曲線の高さ（買い手の支払意思額）、MEB は買い手以外の人が受け取る便益です。
- 効率的な量は「$SMB = SMC$」で決まり、市場の量は「$PMB = PMC$」で決まります。両者がずれる分だけ非効率が生じます。

13.2 負の外部性とピグー税

生産1単位ごとに、周りの人に一定額の外部費用がかかる場合を考えます。

ピグー税　外部費用と同じ額の税を1単位あたりに課すと、企業は外部費用を自分の費用として負担することになります。これを**ピグー税**と呼びます。

$$t = MEC(q^o) \tag{13.3}$$

図13.1では $t = 2$ です。税を課すと企業の供給曲線は $PMC + t$ となり、ちょうど SMC に一致するので、市場は効率的な $q^o = 5$ を実現します。このように外部性を価格に反映させることを**外部性の内部化**と呼びます。

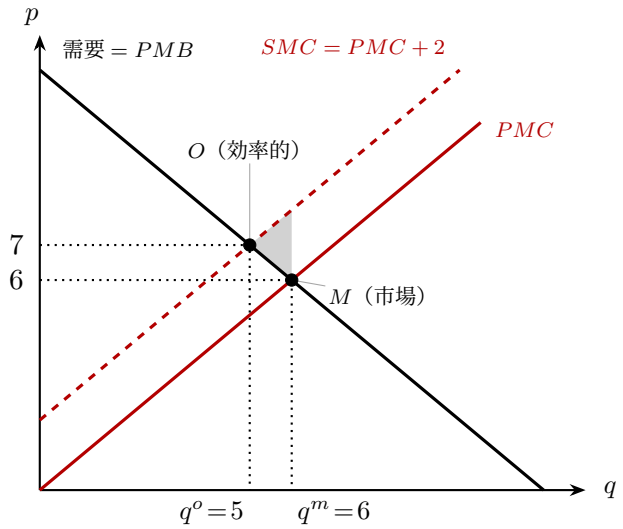
補足：第9章の税との違い

第9章では、税は取引を減らして死荷重を生むものでした。ピグー税も取引を減らしますが、ここでは元の取引量が**多すぎた**ので、減らすことで死荷重がなくなります。同じ「税」でも、市場がもともと効率的かどうかによって評価が逆になります。

13.3 正の外部性と補助金

教育や予防接種のように、消費者が自分の便益だけを考えて買う量を決めると、他の人が受け取る便益が考慮されません。

図 13.1　負の外部性と死荷重



黒が需要（$p = 12 - q$）、赤の実線が私的限界費用（$PMC = q$）、赤の破線が社会的限界費用（$MEC = 2$ が一定の場合）。

図の読み方

1. 企業は自分の費用（私的限界費用、赤の実線）だけを考えて供給するので、市場均衡は需要と PMC の交点 M で、$q^m = 6$ です。
2. 社会全体で見ると、生産1単位ごとに周りの人に2の費用がかかるので、本当の費用は社会的限界費用（赤の破線、PMC より2高い）です。効率的な生産量は、需要と SMC が交わる点 O の $q^o = 5$ です。
3. q^o から q^m の間の生産は、買い手の支払意思額（需要曲線）が社会的な費用（破線）を下回っているのに行われています。その損失が灰色の三角形（死荷重）で、面積は $\frac{1}{2} \times (6-5) \times (8-6) = 1$ です。
4. 負の外部性では、市場は**生産しすぎ**ます（$q^m > q^o$）。

13.4　数量規制と排出権取引

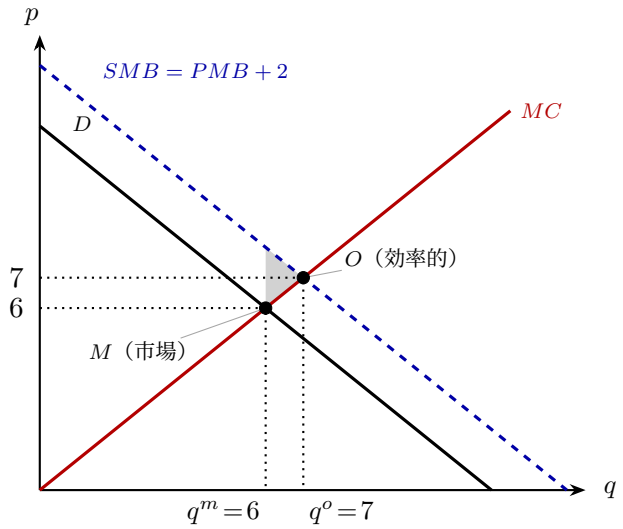
ピグー税を正しく設定するには、外部費用の大きさを知る必要があります。現実の環境政策では、税の代わりに「排出量の上限」を決める方法もよく使われます。ここでは、排出量を一定量だけ削減するという目標を、最も安い費用で達成する方法を考えます。

2つの企業が汚染物質を排出していて、合計で $\bar{R}$ 単位の削減が求められているとします。企業 i が r_i 単位削減するときの**限界削減費用**を $MAC_i(r_i)$ とすると、削減の総費用を最小にする条件は

$$MAC_1(r_1) = MAC_2(r_2), \qquad r_1 + r_2 = \bar{R} \tag{13.4}$$

です。

図 13.2　正の外部性と死荷重



黒が需要（$p = 12 - q$）、青の破線が社会的限界便益（$MEB = 2$ が一定の場合）、赤が限界費用（$MC = q$）。

図の読み方

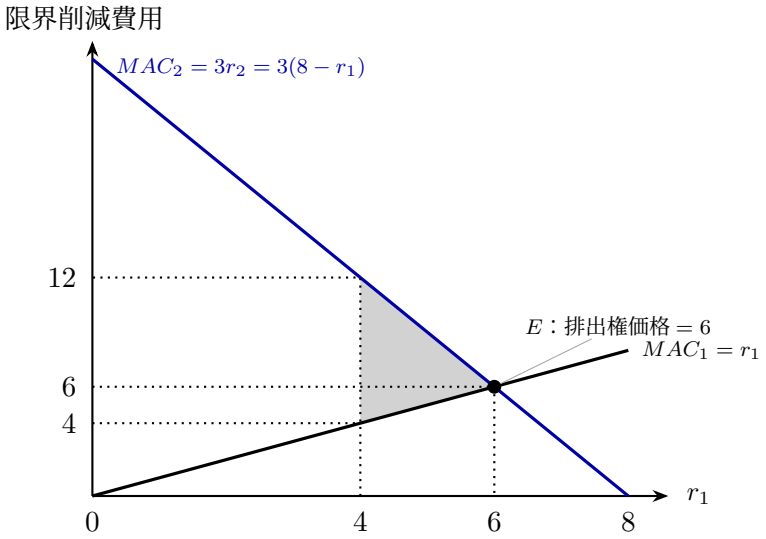
1. 市場では、買い手は自分の便益（需要曲線）だけで量を決めるので、均衡は M の $q^m = 6$ です。
2. 社会的限界便益（青の破線）は、他の人が受け取る便益2を加えた分だけ需要曲線より高く、効率的な量は $SMB = MC$ の $q^o = 7$ です。
3. q^m から q^o の間では、社会的な便益が費用を上回るのに取引が行われていません。灰色の三角形（面積 $\frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$）が死荷重です。正の外部性では、市場は**生産・消費が少なすぎ**ます。
4. 1単位あたり $MEB = 2$ の補助金（**ピグー補助金**）を出すと、買い手にとっての便益が SMB に一致し、効率的な $q^o = 7$ が実現します。

数式の読み方：限界削減費用を等しくする理由

- もし $MAC_1 < MAC_2$ なら、企業2の削減を1単位減らし、企業1の削減を1単位増やすと、合計の削減量は同じまま、費用が $MAC_2 - MAC_1$ だけ下がります。
- この入れ替えで費用が下がらなくなるのが、両社の限界削減費用が等しいときです。第7章の費用最小化（MRTS = 要素価格比）と同じ「限界で等しくする」論理です。

排出権取引　政府が排出を許す量だけ**排出権**を発行し、企業間での売買を認めるとします。削減費用の高い企業2は、自分で削減するより排出権を買う方が安ければ買い、費用の安い企業1は、多めに削減して余った排出権を売ります。取引は両社の限界削減費用が排出

図 13.3　削減の分担：一律規制と排出権取引



黒が企業1（$MAC_1 = r_1$）、青が企業2（$MAC_2 = 3r_2$）の限界削減費用。横軸は企業1の削減量 r_1 を左から、企業2の削減量 r_2 を右から測る（合計 $\bar{R} = 8$）。

図の読み方

1. 横幅8が合計の削減量です。点を左右に動かすと、企業1と企業2の分担が変わります。黒線は企業1の、青線は企業2の限界削減費用です。企業2の方が削減費用が高い（傾きが急）とします。
2. **一律規制**（両社4ずつ削減）では、$r_1 = 4$ の縦線上で $MAC_1 = 4$、$MAC_2 = 12$ と大きく違います。総費用は $\frac{1}{2} \cdot 4^2 + \frac{3}{2} \cdot 4^2 = 8 + 24 = 32$ です。
3. **効率的な分担**は2本の線の交点 E で、$r_1 = 6$、$r_2 = 2$、$MAC_1 = MAC_2 = 6$ です。総費用は $\frac{1}{2} \cdot 6^2 + \frac{3}{2} \cdot 2^2 = 18 + 6 = 24$ です。
4. 灰色の三角形（面積8）が、一律規制による余分な費用です。削減が安くできる企業1に多く削減させることで、同じ削減量をより安く実現できます。

権の価格に等しくなるまで続くので、市場は自動的に式(13.4)を満たし、排出権の価格は 6 になります。

要点：税と排出権取引

- ピグー税は「価格」（1単位あたりの負担）を決め、量は市場が決めます。排出権取引は「量」（排出の総量）を決め、価格は市場が決めます。
- 情報が完全なら、両者は同じ結果を実現できます（この例では税率 6 と削減量8の目標が対応しています）。費用や被害が不確実なときには、どちらが優れているかが変わります。
- どちらの方法でも、削減は最も安くできる企業に集まり、削減の総費用が最小になります。

13.5 コースの定理

ピグー税は政府の介入を前提にしていました。コース（1960年）は、別の解決策があることを指摘しました。外部性の問題は「誰がどの権利を持っているかが決まっていない」ことから生じるので、権利（**所有権**）をはっきりさせれば、当事者同士の交渉で解決できる、という考え方です。

工場と、その下流の漁場を考えます。工場の生産量 q を1単位増やすと、工場の利潤は $MB_f(q)$ だけ増え、漁場は2の被害を受けます。

要点：コースの定理

- 所有権が明確で、交渉の費用（**取引費用**）が十分小さければ、権利をどちらに与えても、当事者間の交渉によって効率的な結果が実現します。
- 現実には、被害者が大勢いる（大気汚染、地球温暖化）、被害の大きさについて情報が非対称である、などの理由で取引費用が大きく、交渉による解決は難しいことが多くあります。そのような場合に、税や規制が必要になります。

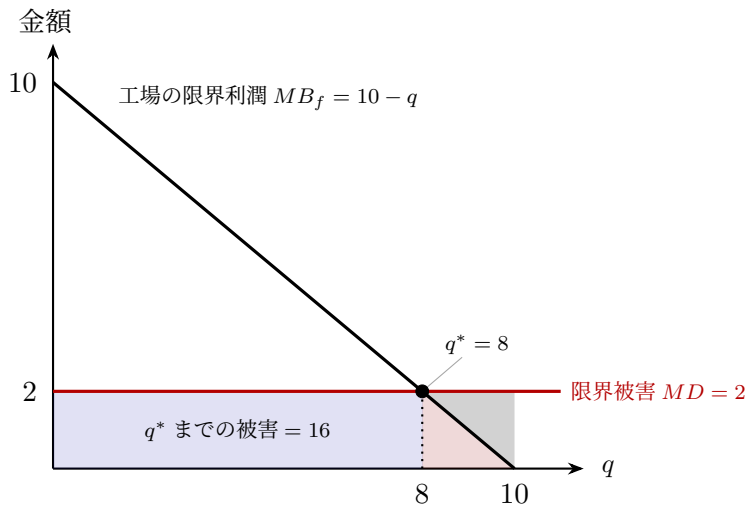
13.6 共有地の悲劇

漁場、牧草地、地下水のように、誰でも自由に使えるが、使う人が増えると1人あたりの取り分が減る資源を**共有資源**と呼びます。共有資源では、各自が自分の取り分だけを考えて利用を増やすと、資源が使われすぎます。

E を漁場全体での漁獲の努力量（漁船の数など）、$F(E)$ を全体の漁獲量とし、努力1単位の費用を c、魚の価格を1とします。

- **自由に参入できる場合**：漁師が1人増えると、その漁師は漁獲の**平均** $AP = F(E)/E$ を得ます。$AP > c$ である限り参入が続くので、均衡では $AP(E) = c$ となります。

図 13.4　コースの定理：工場と漁場の交渉



黒が工場の限界利潤（$MB_f = 10 - q$）、赤が漁場の限界被害（$MD = 2$、一定）。

図の読み方

1. 効率的な生産量は、工場の限界利潤と漁場の限界被害が等しい $q^* = 8$ です。それより先の1単位は、工場の得（黒線の高さ）より漁場の損（2）の方が大きいからです。
2. **工場に汚染する権利がある場合**：工場は放っておけば $MB_f = 0$ の $q = 10$ まで作ります。漁場は、q を10から8に減らしてもらう代わりにお金を払う交渉をします。工場が失う利潤は薄い赤の三角形の2、漁場が避けられる被害は $2 \times 2 = 4$（薄い赤と灰色の合計）なので、2から4の間の金額で合意でき、$q = 8$ になります。
3. **漁場にきれいな水の権利がある場合**：工場は漁場の許可なしには生産できません。工場は1単位ごとに被害2を補償すれば生産できるので、限界利潤が2を上回る $q = 8$ まで、補償を払って生産します（補償の合計は青い長方形の16）。
4. どちらの場合も、交渉の結果は効率的な $q^* = 8$ です。権利の割り当ては**誰が誰にお金を払うか**（分配）を変えますが、**生産量**（効率性）は変えません。

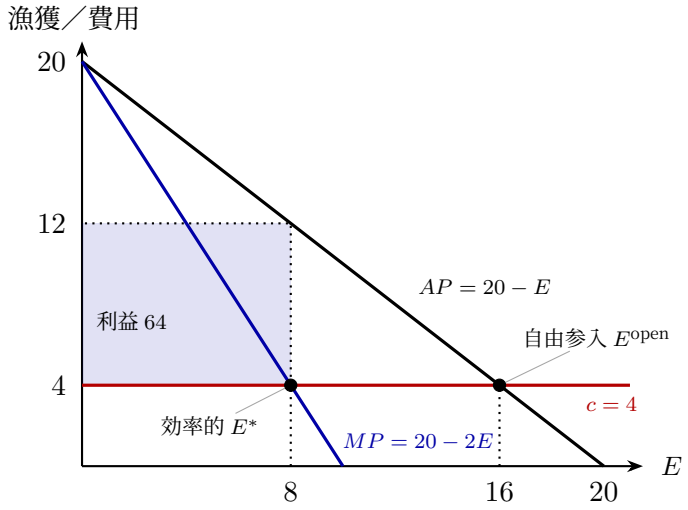
- **効率的な利用**：漁場全体の利益 $F(E) - cE$ を最大にする条件は、**限界**の漁獲 $MP = F'(E)$ が費用に等しい $MP(E) = c$ です。

13.7　公共財

財は、次の2つの性質で分類できます。

- **競合性**：ある人が消費すると、他の人が消費できる量が減る。
- **排除可能性**：お金を払わない人を消費から締め出せる。

図 13.5　共有地の悲劇：自由参入と効率的な利用



黒が平均の漁獲（$AP = 20 - E$）、青が限界の漁獲（$MP = 20 - 2E$）、赤が努力1単位の費用（$c = 4$）。

図の読み方

1. 青線（限界の漁獲）は黒線（平均の漁獲）より下にあります。努力を1単位増やすと、その漁師自身は平均どおり獲れても、ほかの漁師の取り分を減らしてしまうからです（混雑の外部性）。

2. 効率的な努力量は $MP = c$ の $E^* = 8$ です。このとき努力1単位あたり $AP - c = 12 - 4 = 8$ の利益があり、資源から得られる利益は青い長方形の $8 \times 8 = 64$ です。

3. 自由に参入できると、利益がある限り新しい漁師が入ってくるので、$AP = c$ の $E^{\text{open}} = 16$ まで努力が増えます。資源の利益はゼロになり、資源の価値は使い果たされてしまいます。これが**共有地の悲劇**です。

4. 解決策は、漁獲枠の設定、入漁料（努力1単位あたり 8 の料金を課せば、$AP = c + 8$ より $E^* = 8$ が実現します）、漁業権の割り当てなどです。

図 13.6　財の4分類

	排除可能	排除不可能
競合的	**私的財** パン、衣服	**共有資源** 漁場、牧草地
非競合的	**クラブ財** 有料放送、ソフトウェア	**公共財** 国防、灯台、基礎研究の知識

市場がうまく機能するのは左上の私的財。右上の共有資源は前の節の「共有地の悲劇」の対象。

公共財は、非競合的で排除不可能な財です。非競合的なので、全員が**同じ量**を同時に消費します。そのため、公共財を1単位増やすことの社会的な価値は、**全員の限界便益の合計**になります。

効率的な供給：サミュエルソン条件　消費者 i が公共財 G から得る限界便益（公共財1単位のために払ってもよい私的財の量）を $MB_i(G)$、公共財の限界費用を MC とすると、効率的な供給量は

$$\sum_i MB_i(G^*) = MC \qquad \Longleftrightarrow \qquad \sum_i MRS_i = MRT \tag{13.5}$$

を満たします（**サミュエルソン条件**）。

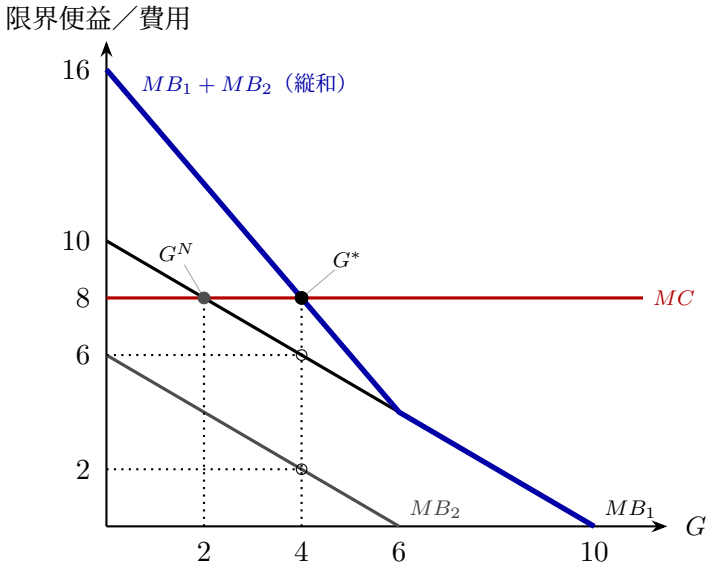
数式の読み方：サミュエルソン条件の読み方

- 私的財では、各人がそれぞれ別の量を消費するので、効率性の条件は「**各人の** $MRS = MRT$」でした（第11章）。
- 公共財では、1単位増やすと**全員が同時に**その1単位を消費します。社会全体が支払ってもよい額は、各人の支払意思額を**足し合わせたもの**です。
- そのため図では、私的財の需要曲線を**横に**足す（同じ価格での数量を足す）のに対し、公共財の限界便益曲線は**縦に**足します（同じ数量での支払意思額を足す）。

数式の読み方：自発的供給が過少になる理由

- 自分で費用を出すとき、各人が比べるのは**自分の**限界便益 MB_i と費用 MC です。つまり、費用を出す人について $MB_i = MC$ のところで止まります。
- 効率性の条件は $\sum_i MB_i = MC$ で、自分以外の人の便益も含みます。各人は、自分の支出が他人にもたらす便益（正の外部性）を考慮しないので、供給が過少になります。
- 公共財の自発的供給は、ゲーム理論でいう囚人のジレンマと同じ構造をしています。全員が少しずつ負担すれば全員が得をするのに、各自は他人の負担にただ乗りしたくなるのです。

図 13.7　公共財の効率的な供給とただ乗り



黒と灰色が消費者1・2の限界便益（$MB_1 = 10 - G$、$MB_2 = 6 - G$）、青の折れ線が2人の縦和、赤が限界費用（$MC = 8$）。

図の読み方

1. 黒線と灰色の線は、消費者1・2それぞれの限界便益（公共財1単位に払ってもよい額）です。青の折れ線は、同じ G での2人の限界便益を**縦に**足したものです。$G > 6$ では消費者2の限界便益がゼロなので、青線は黒線と重なります。
2. 効率的な供給量は、青線と限界費用（赤）の交点 $G^* = 4$ です。このとき $MB_1 + MB_2 = 6 + 2 = 8 = MC$ で、サミュエルソン条件が成り立っています。
3. 各人が自分で費用を出して公共財を買う（自発的に供給する）とどうなるでしょうか。消費者1は、自分の限界便益が費用8を上回る限り買うので、$MB_1 = 8$ の $G = 2$ まで買います。消費者2は、$G = 2$ での自分の限界便益が $4 < 8$ なので、1円も出しません。
4. その結果、供給量は $G^N = 2$ で、効率的な $G^* = 4$ の半分です。消費者2は、消費者1が出した公共財に**ただ乗り**しています。

発展：リンダール均衡と選好の表明

各人に、公共財1単位あたりの個別の負担額（**リンダール価格**）τ_i を割り当て、$\sum_i \tau_i = MC$ とします。各人が自分の負担額のもとで望む供給量がすべて一致するように τ_i を決めると、その量はサミュエルソン条件を満たします。図13.7では $\tau_1 = MB_1(4) = 6$、$\tau_2 = MB_2(4) = 2$ で、どちらも $G = 4$ を望みます。ただし、負担額は各人の限界便益に基づいて決まるので、人々には自分の便益を低く申告する誘因があります。人々に本当の選好を表明させる仕組みをどう作るかは、メカニズム・デザインと呼ばれる分野の重要なテーマです。

13.8 その他の市場の失敗

このほかにも、市場が効率的な配分を実現できなくなる原因があります。

- **情報の非対称性**：売り手と買い手が持つ情報が違う場合です。中古車の売り手は車の状態を知っていますが、買い手には分かりません。すると、良い車が市場から消えてしまうことがあります（逆選択、「レモン問題」）。保険に入ったあとで、事故に注意しなくなる（モラルハザード）のも、同じ種類の問題です。
- **市場の不完備性**：将来の財や、不確実な事態についての市場が存在しない場合です。借りたくても借りられない借入制約が、代表的な例です。

情報の非対称性は、それだけで1つの分野になる大きなテーマなので、本書では扱わず、別の分冊で詳しく学ぶことにします。

要点

- 外部性があると、私的な費用・便益と社会的な費用・便益がずれます。負の外部性では生産が過剰に、正の外部性では過少になります。
- ピグー税・補助金は、外部性を価格に反映させて効率的な量を実現します。排出権取引は、総量を決めたうえで、限界削減費用を等しくすることで削減費用を最小にします。
- コースの定理によれば、所有権が明確で取引費用が小さければ、交渉によって効率的な結果が得られます。権利の割り当ては分配を変えますが、効率性は変えません。
- 共有資源は使われすぎ、公共財は過少に供給されます。公共財の効率的な供給条件は、全員の限界便益の合計が限界費用に等しいこと（$\sum_i MRS_i = MRT$）です。

次の章へ　これで学部ミクロの主要な内容を学びました。終章では、ミクロ経済学の道具がマクロ経済学、とくに大学院のマクロモデルにどう組み込まれているかを見ていきます。

大学院とのつながり　外部性と非競合的な知識は、大学院マクロの内生的成長理論の中心的な道具です。また、公共財の選好表明の問題は、メカニズム・デザインへとつながります。

終章

ミクロからマクロへ

> **ここまでの流れ**　第12・13章で、第一基本定理の条件が崩れる場合（市場の失敗）を学び、学部ミクロの内容が一通りそろいました。
> **この章の問い**　ミクロ経済学で学んだ道具は、マクロ経済学でどのように使われているのか。
> **この章で分かること**　**ミクロ的基礎付け**の考え方、**時間を通じた一般均衡**（利子率は今の財と将来の財の相対価格）、そして大学院マクロの基本モデルが本書のどの道具からできているかの対応です。

終.1　ミクロ的基礎付け

学部のマクロ経済学では、「消費は所得の一定割合」「投資は利子率の減少関数」のような関係を**仮定**してモデルを作ることが多くあります。しかし1970年代以降、マクロ経済学では、こうした関係を家計の効用最大化や企業の利潤最大化から**導く**ことが標準になりました。これを**ミクロ的基礎付け**と呼びます。

その大きな理由が**ルーカス批判**です。過去のデータから推定した「消費関数」のような関係は、その時代の政策のもとで人々がどう行動したかの結果にすぎず、政策が変われば人々の行動そのものが変わってしまいます。政策の効果を正しく予測するには、政策が変わっても変わらないもの、つまり人々の**好み（効用関数）**と**技術（生産関数）**からモデルを組み立てる必要がある、という考え方です。

終.2　時間を通じた一般均衡

マクロ経済学で一般均衡を使うときの最大の特徴は、**時間**が入ることです。「今日の財」と「来年の財」を別の財と考えると、第10章の一般均衡の枠組みがそのまま使えます。

計算例：2期間の交換経済で利子率を求める

同じ人が大勢いる経済で、各人は今期 y_1、来期 y_2 の財を受け取り、財は保存できないとします。効用は $\ln c_1 + \beta \ln c_2$、利子率 r で自由に貸し借りできます（第5章）。

- **最適化**：オイラー方程式 $\dfrac{1/c_1}{\beta/c_2} = 1 + r$。
- **市場の清算**：全員が同じなので、経済全体では貸し手も借り手もいません。今期の財の市場が清算するには $c_1 = y_1$、来期は $c_2 = y_2$。
- **均衡利子率**：オイラー方程式に代入して

$$1 + r^* = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{y_2}{y_1}.$$

数式の読み方：均衡利子率の意味

- 利子率は、今期の財と来期の財の**相対価格**です（来期の財の価格は $1/(1+r)$）。第10章の均衡価格 p^* と同じく、需要と供給を一致させるように決まります。
- 将来の方が豊かな（$y_2 > y_1$）経済では、人々は今借りて消費したがるので、それを思いとどまらせるだけ利子率が高くなります。
- せっかちな人が多い（β が小さい）ほど、今の財の需要が強いので利子率は高くなります。
- 成長しない経済（$y_2 = y_1$）では $1 + r^* = 1/\beta$ です。

終.3 大学院マクロの基本モデルとミクロの道具

大学院マクロの出発点となる**ラムゼイモデル**（新古典派成長モデル）は、第11章のロビンソン・クルーソー経済に、時間と資本の蓄積を加えたものです。その各部品は、本書の道具から作られています。

大学院マクロの部品	ミクロの道具	本書
家計の生涯効用の最大化	効用最大化、ラグランジュ法	第1・3章
オイラー方程式	異時点の MRS = 相対価格	第5章
労働供給（RBC など）	消費と余暇の選択	第5章
CRRA 型効用と危険回避	期待効用	第5章
企業：限界生産物 = 要素価格	利潤最大化、要素需要	第8章
所得の分配（資本分配率）	オイラーの定理	第1・8章
競争均衡の定義	最適化＋全市場の清算	第10章
市場を1つ省略する、価格の基準化	ワルラス法則、ニューメレール	第10章
競争均衡 = 計画者の解	厚生経済学の第一基本定理	第11章
価格の硬直性（ニューケインジアン）	独占的競争、マークアップ	第12章
内生的成長（知識の波及）	外部性、非競合的な財	第13章

要点

- 現代のマクロ経済学は、家計と企業の最適化と、全ての市場の同時均衡（一般均衡）から組み立てられている。
- 時間を通じた一般均衡では、利子率は今の財と将来の財の相対価格として、需要と供給を一致させるように決まる。
- 大学院マクロのモデルは、本書の道具を時間方向に並べたものとして読むことができる。

最後に　ミクロ経済学の「最適化 → 均衡 → 評価」という考え方は、経済学のあらゆる分野の共通言語です。とくに一般均衡理論は、一見すると抽象的ですが、「価格が全ての人の計画を調整する」「市場の結果は条件つきで効率的である」という、経済を考えるうえでの最も基本的な見方を与えてくれます。マクロ経済学や大学院の授業で迷ったときには、本書の第10・11章に戻ってきてください。