ニューケインジアン・モデル

攻略マニュアル

価格の硬直性・最適金融政策・実証

研究のための参照資料

目次

はじめに：この冊子の地図 **1**

1 なぜ価格の硬直性を入れるのか **4**

1.1 中立性はどこから来ているのか 4

1.2 価格が動かないと何が変わるのか 5

1.3 価格が動かないことの根拠 6

1.3.1 理論：小さな費用が大きな効果を持つ理由 6

1.3.2 実質硬直性という補強 8

1.3.3 実証：ミクロデータは何を示しているか 8

2 モデルの構成要素 **10**

2.1 家計 10

2.1.1 最適化条件 11

2.1.2 対数線形化した形 11

2.2 最終財と差別化財：Dixit–Stiglitz集計 12

2.2.1 集計関数 12

2.2.2 需要関数と物価指数の導出 12

2.3 企業 14

3 伸縮価格のベンチマーク **16**

3.1 マークアップ価格設定 16

3.2 自然水準 17

3.2.1 自然雇用と自然産出 17

3.2.2 自然利子率 18

3.3 効率性の評価 19

3.3.1 社会計画者の解 19

3.3.2 二つの歪み 19

4 Calvo価格設定とNKフィリップス曲線 **22**

4.1 Calvo型の価格設定 22

4.2 改定できた企業の最適価格 24
4.2.1 目的関数 24
4.2.2 一階条件 25
4.2.3 線形化 26
4.3 物価指数の集計 27
4.3.1 P_t の分解 27
4.3.2 線形化 27
4.4 NKフィリップス曲線の導出 28
4.5 産出ギャップ版への書き換え 29
4.5.1 傾き κ の中身 32

5 3方程式モデル 35
5.1 動学IS曲線 35
5.2 モデルを閉じる 36
5.2.1 金利ルールで閉じる 36
5.2.2 最適化で閉じる 37
5.3 三つのショック 37
5.3.1 ショックの性格の違い 38

6 解法と決定性 40
6.1 問題の構造 40
6.2 Blanchard–Kahn条件 41
6.3 テイラー原理 42
6.4 未定係数法 44
6.4.1 方針 44
6.4.2 解 45
6.4.3 インパルス応答の読み方 46
6.5 一般的な解法への橋渡し 46

7 厚生損失関数と最適金融政策 48
7.1 損失関数はどこから来るのか 48
7.1.1 二つの歪みを特定する 48
7.1.2 価格分散の費用 49
7.1.3 分散をインフレ率に結びつける 50
7.2 最適政策：コミットメント 53
7.2.1 一階条件 53

7.2.2 時間不整合性 54
7.3 最適政策：裁量 54
7.3.1 二つの政策の比較 55

8 ゼロ金利制約 58
8.1 問題の構造 58
8.2 何ができるか 61
8.2.1 フォワードガイダンス 61
8.2.2 財政政策 61
8.3 線形モデルの限界 61

9 実証：モデルとデータの対話 64
9.1 NKPCの推定 64
9.1.1 何を推定するのか 64
9.1.2 GMMによるアプローチ 64
9.1.3 実質限界費用の測り方 65
9.1.4 ハイブリッド型 65
9.2 識別の問題 66
9.3 フィリップス曲線は平坦になったのか 67
9.4 カリブレーションと推定の関係 68
おわりに 69

A 対数線形化の技法 70
A.1 基本的な手順 70
A.2 オイラー方程式の線形化 71

B NKPC導出の補遺 72
B.1 最適改定価格の線形化 72
B.2 収穫逓減がある場合 72

参考文献 74

はじめに：この冊子の地図

新古典派成長モデルからラムゼイモデル、そして実物的景気循環（RBC）モデルへと続く系譜には、一つの共通点があります。価格が伸縮的であるという仮定です。この仮定のもとでは、名目の変数と実物の配分は切り離されます。中央銀行が何をしても、動くのは物価とインフレ率だけで、産出も雇用も変わりません。

この結論は、論理としては完全に正しいものです。しかし現実と照らすと居心地が悪い。中央銀行が金利を動かすと、景気は実際に反応するように見えます。そして企業に価格の決め方を尋ねると、多くが「そう頻繁には変えない」と答えます。

ニューケインジアン（New Keynesian、以下NK）モデルは、この隔たりを埋めるために作られました。やることは一つだけです。企業が価格をすぐには変えられないという仮定を入れる。ただそれだけで、金融政策は実物を動かすようになり、しかも「どう動かすべきか」という規範的な問いに答える道具まで手に入ります。

本書の狙いと読み方

本書は、NKモデルを研究で使うための参照資料として書かれています。したがって、結果を並べるのではなく、**導出を省略しない**方針をとりました。とくに第4章のNKフィリップス曲線の導出は、多くの教科書が「煩雑なので省略する」と書く箇所ですが、ここを飛ばすと傾き κ の中身が分からず、カリブレーションの意味も、第9章で扱う推定の論点も分からなくなります。本書では各ステップを独立させて追いました。

同時に、式だけを並べることもしていません。式の前には必ず、その式が何を言おうとしているのかを言葉で述べます。式のあとには灰色の枠で、記号の意味と各項の経済学的な役割を補足します。急ぐときは青い枠だけを拾って読んでも、議論の骨格は追えるように作ってあります。

本書を通じて繰り返し現れる考え方が一つあります。**何かと何かの差をとる**という操作です。産出ギャップは実際の産出と自然産出の差、実質限界費用の乖離はその定常値からの差、政策の緩和度は実質金利と自然利子率の差です。NKモデルの主要な結論は、ほとんどがこの「差」の言葉で述べられます。

図 1　本書の位置づけ：マクロ動学の系譜のなかで



下段は、その矢印で新しく加わる要素を示している。本書が加えるのは中央の二つだけであり、ほかの道具立てはすべて前の世代から引き継いでいる。

本書の流れ

第1章

なぜ価格の硬直性を入れる必要があるのかを、理論と実証の両面から確かめます。

第2章・第3章

モデルの部品を組み立て、まず価格が伸縮的な場合のベンチマークを解きます。ここで自然産出・自然利子率という、以後ずっと使う基準が定義されます。

第4章

Calvo型の価格設定から、NKフィリップス曲線を導きます。本書の中心です。

第5章・第6章

3方程式モデルを組み、解法（Blanchard–Kahn条件、未定係数法）と決定性の条件を扱います。決定性条件は証明を付けました。

第7章

家計の効用関数から2次の厚生損失関数を導き、最適金融政策を論じます。コミットメントと裁量の違いが、ここで初めて意味を持ちます。

第8章

ゼロ金利制約を扱います。線形モデルが使えなくなる領域です。

第9章

実証に向き合います。NKフィリップス曲線の推定、価格硬直性のミクロ証拠、そしてモデルとデータの折り合いの付け方です。

姉妹編となるDSGE編では、本書のモデルに資本蓄積と各種の摩擦を加えて中規模モデルへ拡張し、状態空間表現とベイズ推定を扱います。本書の第6章が、そのまま接続点になります。

記号と約束

時間は離散で、$t = 0, 1, 2, \ldots$ とします。変数 X_t の定常値を X（添字なし）と書き、対数乖離を

$$\hat{x}_t \equiv \ln X_t - \ln X$$

と定義します。小文字は対数（$x_t = \ln X_t$）を表し、混乱が生じない箇所ではハットを省きます。E_t は t 期の情報集合に基づく条件付き期待値です。上付きの n は自然水準（natural）、e は効率水準（efficient）、$*$ は価格を改定できた企業の選択を表します。チルダ付きの $\tilde{y}_t$ は産出ギャップです。

枠の色は役割で決めてあります。**青**は押さえておきたい要点、**赤**は図の読み方、**緑**は発展的な話題、灰色は数式の読み方・計算例・補足です。緑の枠は飛ばしても本筋は追えます。

第1章

なぜ価格の硬直性を入れるのか

> **ここまでの流れ**　ラムゼイモデルやRBCモデルでは、価格が毎期自由に動くと仮定してきました。その世界では、金融政策は実物の配分を変えられません。
> **この章の問い**　その「動かせない」という結論は、いったいどこから出てくるのでしょうか。そして、価格が動かないという仮定には、どれだけの根拠があるのでしょうか。
> **この章で分かること**　中立性は深遠な真理ではなく、均衡条件の構造から来る帰結であること。独占的競争と価格硬直性という二つの仮定が、なぜセットで必要になるのか。そして、硬直性の仮定を支える理論と実証がどこまであるのか。

1.1　中立性はどこから来ているのか

まず、崩すべき対象をはっきりさせておきます。価格が伸縮的なモデルでは、金融政策が実物に何の影響も与えません。この結論がどこから出てくるのかを、均衡条件を眺めることで確かめます。

伸縮価格の経済では、実物の配分を決める条件が本質的に三つあります。財市場の資源制約、家計の消費のオイラー方程式、そして労働市場の需給一致です。簡単のため政府支出も資本もないとすると、

$$Y_t = C_t \tag{1.1}$$

$$C_t^{-\sigma} = \beta(1 + r_{t+1})\, E_t\left[C_{t+1}^{-\sigma}\right] \tag{1.2}$$

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\, MPL_t \tag{1.3}$$

の3本です。

この3本を見てください。登場するのは消費 C_t、労働 N_t、産出 Y_t、実質利子率 r_{t+1}、そして労働の限界生産物 MPL_t だけです。**物価水準 P_t も名目金利 i_t も、どこにも現れません。**

ということは、この3本だけで実物変数がすべて決まってしまいます。名目側に残された役割は、決まった実質利子率を受け取って、フィッシャー方程式

$$1 + r_{t+1} = \frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} \tag{1.4}$$

からインフレ率を逆算することだけです。中央銀行が i_t を上げれば π_{t+1} が上がるだけで、実物は微動だにしません。これが古典派の二分法と呼ばれる性質です。

数式の読み方：なぜ名目変数が入ってこないのか

- (1.2)は実物の債券（$1+r_{t+1}$ 単位の財を返す資産）についての条件です。名目債券で書いても、実質に直す過程で P_t/P_{t+1} が $1/(1+\pi_{t+1})$ になり、(1.4)を通じて実質利子率に吸収されます。
- (1.3)の左辺は労働と消費の限界代替率、右辺は企業が支払う実質賃金です。名目賃金 W_t も名目価格 P_t も、比 W_t/P_t の形でしか現れません。
- つまり、家計も企業も**相対価格にしか反応しない**ように定式化されています。名目の水準は、どの条件にも入り込む隙がありません。

要点：中立性の正体

中立性は、金融政策が無力だという深遠な真理ではありません。**均衡条件のなかに名目変数が入ってこないという、構造上の帰結**です。
したがってこれを崩すには、名目変数が実物の条件に入り込む経路を一つ作ればよいことになります。価格の硬直性は、そのための最も標準的な装置です。

1.2　価格が動かないと何が変わるのか

では、価格が据え置かれるとどうなるでしょうか。順を追って見ていきます。

第一に、名目金利の変化が実質金利の変化に直結するようになります。P_{t+1} が動かないなら π_{t+1} も動かないので、フィッシャー方程式(1.4)から、i_t を1単位下げれば r_{t+1} も1単位下がります。名目の操作が実質の価格を動かしたことになります。

第二に、実質金利が下がれば、オイラー方程式(1.2)を通じて今期の消費が増えます。将来に対して今期が割安になるからです。消費が増えれば財への需要が増えます。

そして第三に、ここが肝心なところですが、**企業がその需要に応じて増産してくれなければ**、需要の増加は産出の増加になりません。

応じるでしょうか。完全競争の企業なら応じません。価格が限界費用にちょうど等しいので、追加の1単位を売っても利潤は増えず、限界費用が逓増するなら損をするからです。

ところが独占的競争の企業は応じます。価格が限界費用を上回っているので、1単位余分に売るたびにマージン $P-MC>0$ が残るからです。頼まれた分だけ作るほうが得なのです。

要点：二つの仮定はセットである

NKモデルが独占的競争と価格硬直性の**両方**を必要とする理由は、ここにあります。

- **独占的競争**がなければ、そもそも価格を「決める」主体が存在しません。完全競争では価格は市場が決めるものであり、誰も決めていないものを「据え置く」とは言えません。価格硬直性という仮定を置く前提として、価格設定者が要ります。
- **価格硬直性**がなければ、企業は需要の変化に価格で応じてしまい、数量は自然水準から動きません。据え置かれているからこそ、調整が数量に回ってきます。

そして両者をつなぐのがマークアップ $P - MC > 0$ です。この幅があるから、企業は据え置いた価格のままでも増産に応じます。つまりマークアップの存在が、「短期には需要が産出を決める」という性質を支えています。

1.3　価格が動かないことの根拠

硬直性は分析の便宜で置かれた仮定ではなく、理論と実証の裏づけがあります。この節では両方を確認します。

1.3.1　理論：小さな費用が大きな効果を持つ理由

価格を改定するには小さな固定費用がかかるとします。値札の付け替え、カタログの刷り直し、取引先への通知といった費用で、まとめて**メニューコスト**と呼ばれます。

直感的には、こんなに小さな費用が景気循環のような大きな現象を説明できるとは思えません。ところが、できるのです。鍵は、企業にとっての損失と社会にとっての損失が、**まったく違うオーダー**になることにあります。

企業の側から見ます。最適価格 P^* から ΔP だけずれた価格を据え置いたときの利潤の損失を考えましょう。P^* は利潤 $\Pi(P)$ の最大点なので $\Pi'(P^*) = 0$ です。したがってテイラー展開の1次の項が消えて、

$$\Pi(P^*) - \Pi(P^* + \Delta P) = -\tfrac{1}{2}\Pi''(P^*)(\Delta P)^2 + o\big((\Delta P)^2\big) \tag{1.5}$$

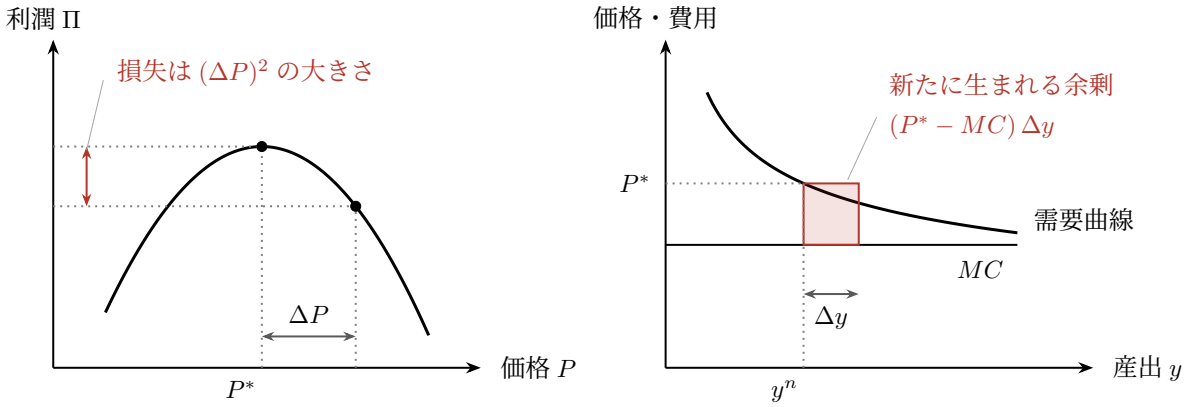
となります。**企業の損失はずれの2乗のオーダー**です。ずれが小さければ、損失はその2乗なのでさらに小さく、メニューコストを払ってまで改定する価値がありません。

社会の側から見ると様子が変わります。独占的競争では $P^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} MC > MC$、つまり価格が限界費用を上回っており、**もともと生産が過少**です。この状態で産出を Δy 増やせば、1単位あたり $P^* - MC > 0$ の余剰が新たに生まれます。

$$\Delta W = (P^* - MC)\,\Delta y = \frac{1}{\varepsilon} P^* \Delta y \tag{1.6}$$

こちらは Δy の**1乗**です。

図 1.1　メニューコストの非対称：企業の損失は2次、社会の損失は1次



左図は $\Pi(P) = 1.2 - 1.6(P-1)^2$ から、右図は需要曲線 $P = y^{-1/3}$（需要の弾力性 $\varepsilon = 3$）と $MC = 2/3$ から描いた。右図では $P^* = \mathcal{M}\,MC = 1$、そのときの産出が $y^n = 1$ である。

図の読み方

1. 左は企業の利潤です。P^* は山の頂上なので、そこから ΔP ずれても高さはほとんど変わりません。縦の赤い矢印が示す損失が、ΔP に比べて著しく小さいことに注意してください。これが(1.5)の意味です。
2. 右は同じ状況を市場全体で見たものです。価格 P^* は MC より上にあり、この差の分だけ生産が足りていません。産出を Δy 増やすと、赤い長方形の面積だけ余剰が増えます。長方形の高さは Δy の大きさによらず一定なので、面積は Δy に比例します。これが(1.6)です。
3. 左では「山の頂上だから鈍い」、右では「そもそも頂上にいないから敏感」。同じ Δ に対する反応が、立場によって2乗と1乗に分かれます。

数式の読み方：非対称はどこから来るのか

この非対称の源は**包絡線定理**です。包絡線定理は、**最大化されている量**の1次の変化がゼロになることを言います。

- 企業の利潤は、企業自身が最大化しています。だから1次の項が消え、損失は2次になります。
- 社会的余剰は、独占的競争のせいで最大化されていません。最大点から離れた場所にいるので、1次の項が残ります。

この非対称があるために、企業にとっては据え置くほうが得なのに、社会的には大きな損失が生じます。Mankiw (1985) の「小さなメニューコストと大きな景気循環」という論点です。

1.3.2 実質硬直性という補強

ただし、いま述べた議論には穴があります。Ball and Romer (1990) が指摘した点です。

需要が増えれば生産が増え、生産が増えれば限界費用が上がります。限界費用が上がれば、最適価格 P^* 自体が上に動きます。そうなると、据え置いた価格と最適価格のずれ ΔP は小さくないことになり、2次の損失も無視できなくなって、結局企業は改定してしまうのです。

硬直でいられるのは、P^* 自体があまり動かないときだけです。この最適価格の鈍さを**実質硬直性**と呼びます。名目硬直性（メニューコスト）と実質硬直性は、組み合わせてはじめて効きます。

実質硬直性の源としてよく挙げられるのは、実質賃金が景気に対して鈍いこと、需要の価格弾力性が産出とともに動くこと、そして中間投入の存在です。最後のものは直感的です。自社の費用の多くが他社の製品であるなら、他社が値上げしない限り自社の費用も上がらず、したがって自社の最適価格も上がりません。

発展：この説への批判と、時間依存型という選択

メニューコストの理論には、強い批判もあります。(S, s) 型の改定ルール（価格が上下の閾値に達したら改定する）のもとでは貨幣が完全に中立になりうること（Caplin and Spulber 1987）、そして改定するのは最適価格からのずれが大きい企業なので、集計された非中立性は小さくなること（Golosov and Lucas 2007、**選択効果**）が指摘されています。

これらはいずれも**状態依存型**（state-dependent）のモデル、つまり改定するかどうかを企業が選ぶモデルの結果です。これに対し本書が第4章で使うCalvo型は**時間依存型**（time-dependent）で、改定の機会が外生的に与えられます。選択効果がないぶん非中立性が強く出ます。

どちらを使うかは分析の目的によります。本書は扱いやすさと集計の明快さからCalvo型を使いますが、定量的な含意が異なりうる点は意識しておいてください。この緊張は第9章で改めて扱います。

1.3.3 実証：ミクロデータは何を示しているか

理論だけでは、硬直性がどの程度かは分かりません。そこで消費者物価のミクロデータ、つまり個別の店舗・個別の商品の値段の記録を使って、改定頻度を直接測る研究が行われてきました。

同じ国の同じ種類のデータで、推定値が2倍変わっています。原因は、一時的なセール価格を「改定」と数えるかどうかです。セールは需要の状態に応じた一時的な値引きであり、恒常的な価格の改定とは性質が違う。だから除くべきだ、というのが長めの推定値を出す側の主張です。

表 1.1　価格改定頻度の代表的な推定

研究	データ	改定間隔の中位値
Bils and Klenow (2004)	米国CPIのミクロデータ	約4.3か月
Nakamura and Steinsson (2008)	同上（セールを除く）	8–11か月
Klenow and Malin (2010)	各国の研究のサーベイ	財・サービスで大きく異なる

要点：カリブレーションへの含意

四半期モデルでは、据え置き確率を $\omega = 0.75$（平均して1年据え置く）とするのが標準的です。本書もこの値を使います。

ミクロデータが示す改定間隔（4–11か月）と比べると、$\omega = 0.75$ はやや硬直的すぎるという批判があります。それでもこの値が使われるのは、集計レベルのインフレ動学を再現するにはこの程度の硬直性が必要になるという、実務的な事情があるからです。

この緊張関係は、本書が繰り返し立ち戻る論点です。第4章では収穫逓減や中間投入が同じ役割を果たしうることを見て、第9章で実証の立場から改めて検討します。

要点

- 貨幣の中立性は、伸縮価格モデルの均衡条件に名目変数が現れないことの帰結である。崩すには、名目変数が実物の条件に入る経路を作ればよい。
- 独占的競争は「価格を決める主体」を作るために、価格硬直性は「調整を数量に回す」ために必要であり、両者はセットで働く。つなぐのはマークアップ $P - MC > 0$ である。
- メニューコストが小さくても効くのは、包絡線定理により企業の損失が2次、社会的損失が1次になるからである。ただし実質硬直性との組み合わせが要る。
- ミクロデータの改定間隔は4–11か月。標準的な $\omega = 0.75$ はそれより硬直的で、この乖離は現在も論点である。

次の章へ　方針が決まりました。独占的競争の企業を置き、その企業が価格を自由に変えられない状況を作ります。次章では、まず部品を一つずつ組み立てていきます。家計、財の集計、企業の順です。

第2章

モデルの構成要素

> **ここまでの流れ**　価格硬直性を入れる方針が決まりました。そのためには、価格を決める主体としての独占的競争企業が要ります。
> **この章の問い**　無数の差別化された財がある世界を、どう集計すればマクロの変数が定義できるのでしょうか。そもそも「物価水準」とは、何の値段なのでしょうか。
> **この章で分かること**　家計の最適化条件（オイラー方程式と労働供給）、Dixit–Stiglitz型の集計から導かれる個別需要関数と物価指数、そして企業の限界費用。以後の章で使う部品がここですべてそろいます。

2.1　家計

代表的家計は、合成消費財 C_t と労働 N_t から効用を得ます。

$$\max \; E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] \tag{2.1}$$

予算制約は名目で書きます。B_t を1期物の名目債券の残高、W_t を名目賃金、Ξ_t を企業から受け取る利潤、T_t を一括税として、

$$P_t C_t + Q_t B_{t+1} = B_t + W_t N_t + \Xi_t - T_t \tag{2.2}$$

です。Q_t は名目債券の価格で、1期後に1円を返す債券の今日の値段ですから $Q_t = 1/(1+i_t)$ となります。

数式の読み方：効用関数のパラメータが持つ意味

- $\sigma > 0$ は消費の限界効用の弾力性です。その逆数 $1/\sigma$ は異時点間の代替の弾力性で、実質金利が動いたときに消費の時間配分をどれだけ組み替えるかを表します。$\sigma = 1$ のとき効用は対数型 $\ln C_t$ になります。
- $\varphi > 0$ は労働のフリッシュ弾力性の逆数です。φ が小さいほど、実質賃金の変化に対して労働供給が大きく反応します。
- 効用が消費と労働で加法分離されているため、労働供給の条件に資産や将来が直接は入ってきません。これが以後の計算を大きく簡単にします。

2.1.1 最適化条件

(2.1)を(2.2)のもとで最大化します。C_t と B_{t+1} についての一階条件を組み合わせると、債券を1単位買うために今期あきらめる限界効用と、来期得られる限界効用の割引現在価値が等しいという条件が得られます。

$$Q_t = \beta\, E_t\left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] \tag{2.3}$$

N_t についての一階条件は、労働の限界不効用と、稼いだ賃金を消費に回したときの限界効用が釣り合うという条件です。

$$\frac{W_t}{P_t} = C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} \tag{2.4}$$

数式の読み方：この二つの式の読み方

- (2.3)の $(C_{t+1}/C_t)^{-\sigma}$ は、消費の伸びが大きいほど将来の限界効用が小さいことを表します。だから成長が見込まれるときは、今日の債券価格 Q_t が低く（＝金利が高く）ないと貯蓄してくれません。
- P_t/P_{t+1} が入るのは、名目債券の払い戻しを実質に直すためです。インフレが予想されるほど実質の受取が減るので、やはり名目金利が高くないと割に合いません。
- (2.4)の左辺は実質賃金、右辺は労働と消費のあいだの限界代替率です。消費水準 C_t が高いほど、あるいはすでに多く働いている（N_t が大きい）ほど、追加の労働に要求する賃金が高くなります。

2.1.2 対数線形化した形

以後の分析では、定常状態のまわりで対数線形化した形を使います。定常状態のインフレ率をゼロとします。この仮定は第4章で決定的な役割を果たしますので、覚えておいてください。線形化すると、

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t\pi_{t+1} - \rho\right) \tag{2.5}$$

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \varphi n_t \tag{2.6}$$

となります。小文字は対数で、$\rho \equiv -\ln\beta$ は時間選好率です。導出は付録Aに置きました。

数式の読み方：線形化で何が見やすくなったか

(2.5)は、今期の消費が「来期の予想消費」から「実質金利が自然な水準 ρ をどれだけ上回っているか」を引いた形になっています。金利が ρ を上回れば貯蓄が有利になり、今期の消費が来期より抑えられる、という関係です。
係数 $1/\sigma$ がその感応度を決めます。σ が大きいほど消費の時間配分を組み替えたくないので、金利が動いても消費はあまり動きません。この式が、のちに動学IS曲線になります。

2.2　最終財と差別化財：Dixit–Stiglitz集計

ここからが、NKモデル特有の部分です。価格を決める企業を作るには、財が差別化されている必要があります。しかしマクロの議論をするには、無数の財を束ねた「消費」や「物価」という集計量が要ります。両立させる標準的な方法が、Dixit and Stiglitz (1977) の集計です。

2.2.1　集計関数

連続体 $i \in [0,1]$ の差別化財があり、家計はこれらを束ねた合成財を消費するとします。束ね方を

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \qquad \varepsilon > 1 \tag{2.7}$$

と定めます。CES型（一定代替弾力性型）の集計関数です。

数式の読み方：ε が決めているもの

ε は財どうしの代替の弾力性です。

- ε が大きいほど財は似通っており、少し高いだけで客が逃げます。$\varepsilon \to \infty$ では財は完全代替となり、経済は完全競争に近づきます。
- ε が1に近いと財は互いに代替しにくく、各企業の価格支配力が強くなります。
- $\varepsilon > 1$ を要求するのは、後で見るマークアップ $\varepsilon/(\varepsilon-1)$ が正の有限値になるためです。

2.2.2　需要関数と物価指数の導出

合成財を C_t 単位だけ手に入れるのに、支出を最小にする買い方を求めます。

$$\min_{\{C_t(i)\}} \int_0^1 P_t(i) C_t(i) \, di \qquad \text{s.t.} \qquad \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = C_t$$

ラグランジュ乗数を λ とおいて、$C_t(i)$ で微分します。制約の側の微分は合成関数の微分

で、

$$
\begin{aligned}
&\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\left(\int_0^1 C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}dj\right)^{\frac{1}{\varepsilon-1}}\cdot\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}C_t(i)^{-\frac{1}{\varepsilon}} && \text{（外側と内側の微分）}\\
&=\left(\int_0^1 C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}dj\right)^{\frac{1}{\varepsilon-1}}C_t(i)^{-\frac{1}{\varepsilon}} && \text{（係数が打ち消し合う）}\\
&=C_t^{\frac{1}{\varepsilon}}C_t(i)^{-\frac{1}{\varepsilon}} && \text{（(2.7)より括弧は } C_t^{1/\varepsilon}\text{）}
\end{aligned}
$$

となります。したがって一階条件は

$$
P_t(i)=\lambda C_t^{\frac{1}{\varepsilon}}C_t(i)^{-\frac{1}{\varepsilon}}\quad\Longleftrightarrow\quad C_t(i)=C_t\left(\frac{P_t(i)}{\lambda}\right)^{-\varepsilon} \tag{2.8}
$$

です。

次に λ の正体を突き止めます。(2.8)を集計関数(2.7)に戻します。括弧の中身は

$$
\left[C_t(P_t(i)/\lambda)^{-\varepsilon}\right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}=C_t^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\,\lambda^{\varepsilon-1}\,P_t(i)^{1-\varepsilon}
$$

ですから、i について積分して $\varepsilon/(\varepsilon-1)$ 乗すると

$$
C_t=C_t\,\lambda^{\varepsilon}\left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon}di\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}
$$

となります。両辺の C_t が消えるので λ について解けて、結局つぎの二つが得られます。

$$
C_t(i)=\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon}C_t,\qquad P_t\equiv\left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon}di\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{2.9}
$$

要点：個別需要と物価指数

左は個別財への需要関数です。**自社の価格が平均より高ければ、その比の ε 乗だけ需要を失う**という形をしています。
右の P_t は、個別価格を $1-\varepsilon$ 乗して平均し、$1/(1-\varepsilon)$ 乗で戻したものです。これが本書を通じて物価水準と呼ぶものです。

数式の読み方：なぜ P_t を物価水準と呼べるのか

定義しただけでは名前に値しません。総支出を計算してみます。

$$\begin{aligned}\int_0^1 P_t(i)C_t(i)\,di &= \int_0^1 P_t(i)\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t\,di && \text{（需要関数を代入）}\\ &= P_t^{\varepsilon} C_t \int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon} di && \text{（}P_t\text{ と }C_t\text{ を外に出す）}\\ &= P_t^{\varepsilon} C_t \cdot P_t^{1-\varepsilon} = P_t C_t && \text{（(2.9)の定義を使う）}\end{aligned}$$

合成財を C_t 単位買うのにかかる費用が、ちょうど P_tC_t になりました。つまり**合成財1単位の値段が** P_t です。だからこれを物価水準と呼べます。
なお、この P_t は単純な算術平均ではなく $1-\varepsilon$ 乗の平均です。第4章でCalvo型の集計を扱うとき、この形が決定的に効いてきます。

最後に、需要の価格弾力性を確認しておきます。(2.9)の対数をとって微分すると

$$-\frac{\partial \ln C_t(i)}{\partial \ln P_t(i)} = \varepsilon$$

で、価格の水準によらず一定です。値上げしても需要はゼロにならず、ε の率で減るだけ。完全競争なら1円でも高ければ客が全部逃げるのに対し、ここでは逃げ方が緩やかです。これが独占的競争の核心であり、企業が価格設定者になれる理由です。

2.3 企業

各企業 i は、財 i の唯一の供給者です。生産関数を

$$Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha} \tag{2.10}$$

とします。A_t は全要素生産性で、全企業に共通です。

本書の本文では、$\alpha = 0$、つまり労働について線形な生産関数を使います。こうすると限界費用が企業ごとに同じ値になり、第4章の集計が閉じた形で書けるからです。$\alpha > 0$ の場合は、産出の多い企業ほど限界費用が高くなるので一手間かかります。重要な含意を伴うので、付録Bで扱います。

$\alpha = 0$ のとき、名目限界費用は

$$MC_t = \frac{W_t}{A_t} \tag{2.11}$$

です。1単位余計に作るには $1/A_t$ 単位の労働が要り、その賃金が W_t だからです。実質限界費用を $mc_t \equiv MC_t/P_t$ と書きます。

要点：これから主役になるのは実質限界費用

NKフィリップス曲線の原型は、実は産出ギャップではなく**実質限界費用**で書かれます。

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{mc}_t$$

よく見る産出ギャップ版は、$\widehat{mc}_t$ と $\tilde{y}_t$ が比例するという**追加の関係**を使って書き換えたものにすぎません。
この区別は第9章の実証で決定的になります。実質限界費用で測るか産出ギャップで測るかによって、NKPCの当てはまりがまったく変わるからです。

要点

- 家計からは、オイラー方程式(2.3)と労働供給(2.4)の2本が出る。線形化した(2.5)が、のちの動学IS曲線になる。
- CES集計から、個別需要 $C_t(i) = (P_t(i)/P_t)^{-\varepsilon} C_t$ と物価指数 $P_t = \left(\int P_t(i)^{1-\varepsilon} di\right)^{1/(1-\varepsilon)}$ が同時に導かれる。P_t は合成財1単位の値段である。
- 需要の価格弾力性が有限値 ε であることが、企業を価格設定者にしている。
- 企業側の主役は実質限界費用 mc_t であり、産出ギャップはその書き換えにすぎない。

次の章へ　部品がそろいました。次章では、まず価格が自由に動く場合を解きます。そこで定義される自然水準が、以後すべての分析の基準点になります。

第3章

伸縮価格のベンチマーク

> **ここまでの流れ**　家計、集計、企業という部品がそろいました。しかしまだ価格の硬直性は入れていません。
> **この章の問い**　価格が毎期自由に動く世界では、何が決まるのでしょうか。そして、そこで決まる配分は効率的なのでしょうか。
> **この章で分かること**　マークアップ価格設定と、そこから導かれる自然産出・自然利子率。これらは「価格が硬直的でなかったとしたら実現していたはずの水準」であり、以後のすべての議論の基準点になります。さらに、その自然水準ですら効率的ではないことを確認します。

3.1　マークアップ価格設定

価格を毎期自由に改定できるとき、企業 i は需要曲線(2.9)を所与として利潤を最大化します。

$$\max_{P_t(i)} \left(P_t(i) - MC_t\right) \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t$$

需要を $D(P) \equiv (P/P_t)^{-\varepsilon} C_t$ と略記すると $D'(P) = -\varepsilon D(P)/P$ ですから、一階条件は

$$\begin{aligned} D + (P_t(i) - MC_t) D' &= 0 && \text{（積の微分）} \\ 1 - \varepsilon \frac{P_t(i) - MC_t}{P_t(i)} &= 0 && \text{（}D\text{ で割り、}D'\text{ を代入）} \end{aligned}$$

となり、整理すると

$$P_t(i) = \underbrace{\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}}_{\mathcal{M}} MC_t \tag{3.1}$$

を得ます。価格は限界費用に一定の倍率 $\mathcal{M}$ を掛けたものになります。

数式の読み方：マークアップ $\mathcal{M}$ の読み方

$\mathcal{M} = \varepsilon/(\varepsilon - 1) > 1$ です。代替が効きにくい（ε が小さい）ほど倍率は大きくなります。$\varepsilon \to \infty$ では $\mathcal{M} \to 1$、つまり $P = MC$ という完全競争の結果に戻ります。
よく使われる $\varepsilon = 6$ では $\mathcal{M} = 1.2$、すなわち限界費用の2割増しの値段です。

全企業が同じ条件に直面しているので、対称均衡では全員が同じ価格をつけ、$P_t(i) = P_t$

となります。(3.1)の両辺を P_t で割ると、実質限界費用が

$$mc = \frac{1}{\mathcal{M}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \tag{3.2}$$

という**定数**になることが分かります。

要点：ここで覚えておく関係

伸縮価格のもとでは、実質限界費用はマークアップの逆数で一定です。景気がどうなろうと、技術がどう動こうと、mc は $(\varepsilon-1)/\varepsilon$ から動きません。
第4章で見るように、価格が硬直的になると mc_t はこの値のまわりで変動するようになります。そして、その乖離 $\widehat{mc}_t \equiv \ln mc_t - \ln mc$ こそがインフレ率を駆動します。
NKPCの中身は、突き詰めればこの一点に尽きます。

3.2　自然水準

3.2.1　自然雇用と自然産出

労働市場の需給を突き合わせます。$\alpha = 0$ なら労働の限界生産物は $MPL_t = A_t$ ですから、(3.1)と(2.11)より企業が支払う実質賃金は

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} A_t$$

です。限界生産物そのものではなく、その $1/\mathcal{M}$ 倍しか払いません。一方、家計の労働供給は(2.4)より $W_t/P_t = C_t^{\sigma} N_t^{\varphi}$ でした。政府支出がないので $C_t = Y_t = A_t N_t$ を使うと、

$$(A_t N_t)^{\sigma} N_t^{\varphi} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} A_t$$

が均衡条件になります。両辺の対数をとり、$\mu \equiv \ln \mathcal{M}$ と書いて整理すると、

$$(\sigma + \varphi)\, n_t^n = (1 - \sigma) a_t - \mu \tag{3.3}$$

$$y_t^n = a_t + n_t^n = \frac{1 + \varphi}{\sigma + \varphi}\, a_t - \frac{\mu}{\sigma + \varphi} \tag{3.4}$$

を得ます。上付きの n は自然水準（natural level）、すなわち**価格が伸縮的であったなら実現していたはずの水準**を表します。

数式の読み方：自然産出はどう動くか

(3.4)の第1項の係数 $\frac{1+\varphi}{\sigma+\varphi}$ が、技術ショック a_t に対する自然産出の反応を決めます。

- 第2項 $-\mu/(\sigma+\varphi)$ は定数です。マークアップのぶんだけ産出の水準が恒久的に押し下げられている、ということを表します。時間を通じて動かないので、景気変動とは無関係です。
- 重要なのは、y_t^n が**技術だけで決まり、金融政策とは無関係**だという点です。自然水準は、中央銀行が何をしても動かない基準線です。

計算例：対数効用のとき何が起こるか

$\sigma = 1$（対数効用）とすると、(3.3)の $(1-\sigma)a_t$ の項が消えて

$$n_t^n = -\frac{\mu}{1+\varphi} \quad \text{(定数)}, \qquad y_t^n = a_t - \frac{\mu}{1+\varphi}$$

となります。自然雇用は技術によらず一定で、**自然産出は技術と1対1で動く**わけです。
これは所得効果と代替効果がちょうど相殺するためです。技術が上がると実質賃金が上がるので働く誘因が増えます（代替効果）。しかし同時に豊かになるので、余暇を増やしたくなります（所得効果）。$\sigma = 1$ のとき、この二つが正確に釣り合います。

3.2.2　自然利子率

次に、自然水準の経路が含意する実質利子率を求めます。これを**自然利子率**と呼びます。線形化したオイラー方程式(2.5)で $c_t^n = y_t^n$ とおき、実質金利について解くと

$$r_t^n = \rho + \sigma\, E_t\left[\Delta y_{t+1}^n\right] = \rho + \sigma\, \frac{1+\varphi}{\sigma+\varphi}\, E_t\left[\Delta a_{t+1}\right] \tag{3.5}$$

となります。

要点：自然利子率の読み方

自然利子率は、**自然産出の予想成長率**で決まります。将来が明るければ人々は今から多く使おうとするので、貯蓄させるには高い金利が必要になる、ということです。
技術が一定（$E_t\Delta a_{t+1} = 0$）なら $r^n = \rho$ です。これはラムゼイモデルの定常状態で成り立つ $f'(k^*) - \delta = \rho$ と同じ値であり、**NKモデルの長期の錨がラムゼイモデルである**ことを意味します。短期の話をしているあいだも、長期の基準は変わっていません。
そして研究上は、r_t^n が**観測できない**ことが決定的に重要です。金融政策が緩和的か引き締め的かを判断するには r_t^n の推定が要り、それ自体が大きな実証テーマになっています。

3.3 効率性の評価

自然水準は「価格が硬直的でなければ実現していた水準」でした。では、それは望ましい水準なのでしょうか。社会計画者の解と比べてみます。

3.3.1 社会計画者の解

社会計画者は、技術制約 $Y_t = A_t N_t$ のもとで家計の効用を直接最大化します。

$$\max_{N_t} \frac{(A_t N_t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

一階条件は

$$\begin{aligned} (A_t N_t)^{-\sigma} A_t &= N_t^{\varphi} && (N_t \text{ で微分}) \\ C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} &= A_t = MPL_t && (C_t = A_t N_t \text{ を使って整理}) \end{aligned}$$

です。つまり**労働と消費の限界代替率が、労働の限界生産物に等しい**。これは完全競争で実現する配分にほかなりません。この水準を効率水準と呼び、上付きの e で表します。

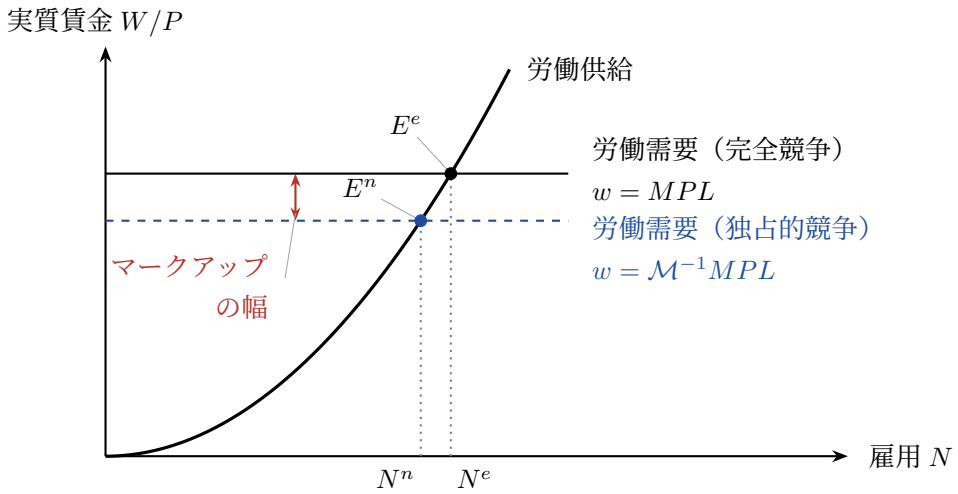
3.3.2 二つの歪み

分権均衡では、同じ左辺に対して右辺が $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} A_t < A_t$ でした。企業がマークアップのぶんだけ賃金を値切るので、家計は働く量を減らします。両者の対数をとって差をとると、

$$y_t^n - y_t^e = -\frac{\mu}{\sigma + \varphi} < 0 \tag{3.6}$$

を得ます。**自然産出は効率水準を恒久的に下回る**わけです。

図 3.1　マークアップは雇用を効率水準より低くする



$A = 1$、$\sigma = \varphi = 1$、$\varepsilon = 6$ として、労働供給 $w = C^{\sigma}N^{\varphi} = N^2$、完全競争の労働需要 $w = 1$、独占的競争の労働需要 $w = 5/6$ から描いた。交点は $N^e = 1$、$N^n = (5/6)^{1/2} \simeq 0.913$ である。

図の読み方

1. 右上がりの曲線が労働供給です。働く量が増えるほど、追加の1時間に要求する賃金が高くなります。
2. 水平な黒い線が完全競争の労働需要で、高さは労働の限界生産物 $MPL = A$ です。企業が生み出した価値をそのまま賃金として払う場合にあたります。
3. 破線（青）が独占的競争の労働需要です。企業はマークアップのぶんだけ賃金を値切るので、線が下にずれます。
4. その結果、均衡は E^e から E^n へ左下に動き、雇用は N^e から N^n へ減ります。これが(3.6)の内容です。
5. 注意すべきは、**マークアップが一定なので、このずれの幅も一定**だという点です。歪みは**水準**にだけ現れ、景気変動には影響しません。

価格が硬直的になると、これに第二の歪みが加わります。改定できた企業とできなかった企業のあいだで価格が食い違い、本来なら同じ値段で売られるべき財が違う値段で売られる状態が生じます。これを**価格の分散**と呼びます。家計は安い財に需要を振り向けるので、生産が非効率な配分になります。この第二の歪みが、第7章で厚生損失関数を導くときの主役になります。

発展：雇用補助金による歪みの除去

政府が賃金の一定割合 τ を補助し、財源を一括税でまかなうとします。企業にとっての労働費用が $(1-\tau)W_t$ になるので、一階条件は

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon(1-\tau)}\, MPL_t$$

に変わります。そこで $\tau = 1/\varepsilon$ とすれば係数がちょうど1になり、$y_t^n = y_t^e$ が回復します。

NKの規範分析では、この補助金が存在すると**仮定して**「自然水準＝効率水準」とおくことがよくあります。そうしないと、中央銀行が常に産出を押し上げたいという誘因（インフレバイアス）が生じ、安定化政策の議論と混ざってしまうからです。第7章でこの仮定の意味を改めて検討します。

要点

- 伸縮価格のもとでは $P = \mathcal{M}\, MC$、したがって実質限界費用は $1/\mathcal{M}$ で一定である。
- 自然産出 y_t^n と自然利子率 r_t^n は技術だけで決まり、金融政策からは独立である。両者は以後の分析の基準線になる。
- 自然利子率は自然産出の予想成長率で決まる。技術が一定なら $r^n = \rho$ であり、長期の錨はラムゼイモデルと同じである。
- 自然水準そのものが効率的ではない。マークアップによる**水準の歪み**が恒久的に残る。ただし一定なので、景気変動の分析には影響しない。

次の章へ　ベンチマークができました。ここからが本題です。価格を自由に動かせないとき、企業は何を基準に価格を決めるのでしょうか。そして、その行動を集計すると何が現れるのでしょうか。

大学院とのつながり　自然水準という概念は、コアコースの試験でも論文でも繰り返し問われます。「技術だけで決まり政策からは独立」「それ自体は効率的でない」という二点を、導出とともに説明できるようにしておくと確実です。

第4章

Calvo価格設定とNKフィリップス曲線

> **ここまでの流れ**　価格が伸縮的なときの基準点（自然産出・自然利子率）が定まりました。いよいよ、価格を自由に動かせないという制約を入れます。
> **この章の問い**　いつ価格を変えられるか分からない企業は、何を基準に価格を決めるのでしょうか。そして、その行動を経済全体で集計すると、なぜインフレ率と産出ギャップの関係が現れるのでしょうか。
> **この章で分かること**　NKフィリップス曲線（NKPC）の完全な導出。とくに、その傾き κ がどんなパラメータから組み立てられているか。本書の中心となる章です。

導出はやや長いので、四つの段階に分けて進みます。先に見取り図を示しておきます。

1. 改定できた企業の最適価格を求める（第4.2節）
2. 物価指数の集計から、改定価格と物価水準の関係を得る（第4.3節）
3. 二つを組み合わせて線形化し、NKPCを導く（第4.4節）
4. 実質限界費用を産出ギャップに書き換える（第4.5節）

段階1は企業の最適化、段階2は集計、段階3は代数、段階4は書き換えです。性格の違う作業が並んでいるので、いま自分がどこにいるかを意識しながら読んでください。

4.1　Calvo型の価格設定

価格の硬直性を定式化する方法はいくつもありますが、本書では Calvo (1983) の定式化を使います。仮定は次の一つだけです。

要点：Calvo (1983) の仮定

各期、各企業は確率 $1-\omega$ で価格を改定できる。改定できるかどうかは、その企業の状態（現在の価格が最適価格からどれだけずれているか、など）とは**無関係**に、くじで決まる。
改定できた企業は、**次に改定できるまでの期間**に得られる利潤の期待現在価値を最大にする価格を選ぶ。

この仮定の便利さは、据え置き期間の長さが幾何分布に従う点にあります。t 期に改定した企業が k 期後もまだ同じ価格でいる確率は ω^k であり、ちょうど $k+1$ 期だけ据え置く確

率は $(1-\omega)\omega^k$ です。したがって据え置き期間の期待値は

$$\sum_{k=0}^{\infty}(1-\omega)\omega^k(k+1)=\frac{1}{1-\omega} \tag{4.1}$$

となります。

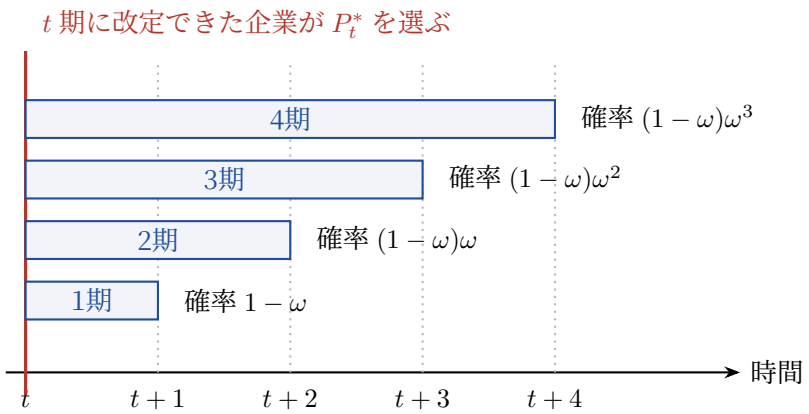
計算例：$\omega=0.75$ は何を意味するか

四半期のモデルで $\omega=0.75$ とすると、(4.1)より平均据え置き期間は $1/(1-0.75)=4$ 期、すなわち**1年**です。

ここで一つ注意があります。改定できる確率が毎期 25% なのであって、「4期に1回必ず改定する」わけではありません。くじは毎期引き直されるので、運が悪ければ2年据え置く企業も出てきます。実際、8期以上据え置く確率は $\omega^8=0.75^8\simeq 0.10$ で、1割ほどあります。

この**改定時期のばらつき**が、集計されたインフレ率に滑らかな動きを与えます。

図 4.1　Calvo型のくじ：いつまで使う価格かは分からない



帯の長さは P_t^* が使われ続ける期間、右の確率はその長さになる確率である。長さ $k+1$ 期となる確率は $(1-\omega)\omega^k$ で、ω が大きいほど長い帯の確率が高くなる。

図の読み方

1. 赤い縦線が、この企業が価格を改定できた時点です。選んだ価格 P_t^* は、次にくじに当たるまで据え置かれます。
2. 帯が4本あるのは、据え置き期間が1期で終わる場合、2期続く場合、3期続く場合、4期続く場合を並べたものです。実際にはもっと長い帯も無限に続きますが、確率は ω の累乗で小さくなっていきます。
3. 右端の確率に注目してください。ω が大きい（改定しにくい）ほど、下の短い帯の確率が下がり、上の長い帯の確率が上がります。
4. ここから分かる決定的な点は、企業が**何期先まで使うか分からない価格**を選ばなければならないということです。この不確実性が、次節の目的関数の形を決めます。

発展：Calvo型の便利さと不自然さ

くじが企業の状態と独立であるという仮定は、明らかに不自然です。現実には、最適価格から大きくずれた企業ほど改定したいはずだからです（第1章で触れた選択効果）。

それでも広く使われるのは、**企業の異質性を追跡しなくてよい**からです。改定できた企業はすべて同じ価格 P_t^* を選ぶので、企業を一つずつ追う必要がありません。Taylor型の重なり合う契約（一定期間ごとに必ず改定する）と違い、集計が閉じた形で書けます。

定量分析では、この仮定の是非が結論を左右しうる点に注意が必要です。第9章で改めて扱います。

4.2　改定できた企業の最適価格

4.2.1　目的関数

t 期に改定できた企業が価格 P_t^* を選ぶとします。この価格が $t+k$ 期にもまだ使われている確率は ω^k です。将来の利潤は、企業の所有者である家計の確率的割引因子

$$\Lambda_{t,t+k} \equiv \beta^k \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}} \tag{4.2}$$

で割り引きます。したがって企業が解く問題は、

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \omega^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(P_t^* Y_{t+k|t} - \Psi_{t+k}(Y_{t+k|t}) \right) \right] \tag{4.3}$$

となります。ここで $Y_{t+k|t} = (P_t^*/P_{t+k})^{-\varepsilon} Y_{t+k}$ は、t 期に価格を決めた企業が $t+k$ 期に直面する需要、$\Psi(\cdot)$ は名目の総費用関数です。

数式の読み方：ω^k が入ることの意味

通常の割引因子 β^k（(4.2)に含まれています）に加えて、ω^k が掛かっています。これは「k 期先にまだこの価格が使われている確率」で重みづけているということです。使われていない将来の利潤を気にする必要はありません。そのときには別の価格を選び直しているからです。したがって実効的な割引率は $\beta\omega$ になります。

ω が大きい（改定しにくい）ほど遠い将来の重みが増すので、企業はより先を見て価格を決めます。これが第4.4節で κ が小さくなる理由の一つです。

4.2.2 一階条件

(4.3)を P_t^* で微分します。需要が $Y_{t+k|t} = (P_t^*)^{-\varepsilon} P_{t+k}^{\varepsilon} Y_{t+k}$ という形をしているので、

$$\frac{\partial Y_{t+k|t}}{\partial P_t^*} = -\varepsilon \, \frac{Y_{t+k|t}}{P_t^*}$$

です。これを使って微分を整理すると、

$$\sum_{k=0}^{\infty} \omega^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(Y_{t+k|t} + \left(P_t^* - \psi_{t+k}\right) \frac{\partial Y_{t+k|t}}{\partial P_t^*} \right) \right] = 0 \qquad \text{（積の微分）}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \omega^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left(1 - \varepsilon + \varepsilon \frac{\psi_{t+k}}{P_t^*} \right) \right] = 0 \qquad \text{（微分を代入してくくる）}$$

となります。$\psi_{t+k} \equiv \Psi'_{t+k}$ は名目限界費用です。最後に $(\varepsilon - 1)/P_t^*$ で割って整理すると、

$$\sum_{k=0}^{\infty} \omega^k E_t \Big[\Lambda_{t,t+k} Y_{t+k|t} \big(P_t^* - \mathcal{M} \psi_{t+k} \big) \Big] = 0, \qquad \mathcal{M} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \tag{4.4}$$

を得ます。

数式の読み方：この条件の読み方

(4.4)は、「P_t^* と望ましいマークアップ価格 $\mathcal{M}\psi_{t+k}$ のずれを、重み $\omega^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k|t}$ で加重平均するとゼロになる」と言っています。

- 伸縮価格なら $\omega = 0$ なので、和は $k = 0$ の項だけになり、$P_t^* = \mathcal{M}\psi_t$ という第3章の見慣れたマークアップ式に戻ります。
- $\omega > 0$ のとき、P_t^* は**将来の限界費用の加重平均に対するマークアップ**になります。重みの3要素は「まだこの価格が使われている確率 ω^k」「割引 $\Lambda_{t,t+k}$」「そのとき売れる量 $Y_{t+k|t}$」です。
- 売れる量で重みづけるのは、需要の多い時期の利幅のほうが企業にとって重いからです。

NKPCが持つ「先を見る（forward-looking）」性質は、すべてこの一階条件から生まれます。

4.2.3 線形化

(4.4)を、定常インフレ率がゼロの定常状態の近傍で対数線形化します。定常状態では $P_t^* = P_t$、$\Lambda_{t,t+k} = \beta^k$、$Y_{t+k|t} = Y$ です。結果は、$p_t^* \equiv \ln P_t^*$ として

$$p_t^* = (1 - \beta\omega) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\omega)^k E_t\big[\mu + \psi_{t+k}\big] \tag{4.5}$$

となります。ここで ψ_{t+k} は名目限界費用の対数、$\mu = \ln \mathcal{M}$ です。導出は付録Bに置きました。

数式の読み方：加重平均としての最適価格

(4.5)は、**将来の名目限界費用（にマークアップを乗せたもの）の加重平均**です。
係数 $(1 - \beta\omega)$ は、重みの合計を1にするための正規化です。$\sum_k (\beta\omega)^k = 1/(1 - \beta\omega)$ だからです。
重み $(\beta\omega)^k$ の減り方が、企業がどれだけ先まで見ているかを表します。$\beta\omega$ が1に近いほど遠い将来まで平等に見ることになり、現在の費用に対する反応が鈍くなります。

(4.5)は再帰的にも書けます。右辺の和を1期ずらして $t+1$ 期についての同じ式を作り、代入して整理すると

$$p_t^* = (1 - \beta\omega)(\mu + \psi_t) + \beta\omega\, E_t p_{t+1}^* \tag{4.6}$$

となります。今期の限界費用と、来期の改定価格の予想との加重平均という形です。この形のほうが以後の計算に便利なので、こちらを使います。

4.3　物価指数の集計

4.3.1　P_t の分解

ここからは経済全体の話です。t 期の企業は二種類に分かれます。確率 ω で前期の価格を据え置いた企業と、確率 $1-\omega$ で P_t^* に改定した企業です。

ここで効いてくるのが、くじが企業の状態と無関係であるという仮定です。改定できなかった企業は、価格の高低と無関係にランダムに選ばれています。したがって**据え置き組の価格の分布は、前期の価格の分布とまったく同じ形**になり、その寄与を前期の物価指数でそのまま代表できます。

$$P_t^{1-\varepsilon} = \omega\, P_{t-1}^{1-\varepsilon} + (1-\omega)\,(P_t^*)^{1-\varepsilon} \tag{4.7}$$

数式の読み方：なぜ $1-\varepsilon$ 乗の世界で足せるのか

物価指数の定義が $P_t = \left(\int P_t(i)^{1-\varepsilon} di\right)^{1/(1-\varepsilon)}$ だったことを思い出してください。足し算が成り立つのは $P_t(i)^{1-\varepsilon}$ の水準であって、$P_t(i)$ そのものではありません。

この形のおかげで、集計が**二つの項の線形結合**という扱いやすい式になりました。企業の分布を追わずに済むという Calvo型の利点が、ここで具体的な形をとっています。

もし物価指数が単純な算術平均で定義されていたら、P_t^* と過去の価格の分布を別々に追う必要が生じ、集計は閉じません。第2章でCES集計関数を選んだことが、ここで報われています。

4.3.2　線形化

(4.7)を、やはりゼロ定常インフレの近傍で対数線形化します。定常状態では $P_t = P_{t-1} = P_t^*$ なので、三つの項が同じ点のまわりで展開され、

$$p_t = \omega\, p_{t-1} + (1-\omega)\, p_t^* \tag{4.8}$$

という単純な加重平均になります。両辺から p_{t-1} を引けば、

$$\pi_t = p_t - p_{t-1} = (1-\omega)\big(p_t^* - p_{t-1}\big) \tag{4.9}$$

です。

要点：インフレ率とは何だったのか

(4.9)は、インフレ率の正体を明かしています。インフレ率とは、**改定できた企業が前期の物価水準からどれだけ価格を引き上げたか**に、改定できた企業の割合 $1-\omega$ を掛けたものです。

物価が上がるには、誰かが実際に値段を書き換えなければなりません。その「誰か」は全体の $1-\omega$ しかいない。だから ω が大きいほど、同じ値上げ幅でも集計されたインフレ率は小さくなります。

補足：ゼロ定常インフレの仮定はどこで効くか

(4.8)がきれいな線形結合になるのは、定常状態で $P_t^*/P_{t-1}=1$ だからです。定常インフレ率が正だと、この比が1から離れ、線形化の係数が定常インフレ率に依存する複雑な形になります。

そのときのNKPCは係数が変わり、価格の分散による厚生損失も大きくなります。この拡張は、インフレ目標の水準そのものを論じるうえでは重要です。本書では標準的なゼロ定常インフレの場合を扱い、第9章で改めて言及します。

4.4　NKフィリップス曲線の導出

いよいよ二つを組み合わせます。使うのは、企業側の(4.6)と、集計側の(4.9)の2本だけです。

まず(4.6)の両辺から p_{t-1} を引きます。

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\omega)(\mu + \psi_t - p_{t-1}) + \beta\omega E_t\left[p_{t+1}^* - p_{t-1}\right]$$

右辺を、実質限界費用とインフレ率が見えるように書き換えます。二か所に手を入れます。

$$\begin{aligned} \psi_t - p_{t-1} &= (\psi_t - p_t) + \pi_t = mc_t + \pi_t && \text{（名目を実質に直す）} \\ p_{t+1}^* - p_{t-1} &= (p_{t+1}^* - p_t) + \pi_t && \text{（}p_t\text{ を足して引く）} \end{aligned}$$

これらを代入すると

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\omega)(\mu + mc_t) + \underbrace{\left[(1-\beta\omega)+\beta\omega\right]}_{=1}\pi_t + \beta\omega E_t\left[p_{t+1}^* - p_t\right]$$

となり、π_t の係数がちょうど1にまとまります。

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\omega)(\mu + mc_t) + \pi_t + \beta\omega E_t\left[p_{t+1}^* - p_t\right] \tag{4.10}$$

ここで集計側の(4.9)を使います。$p_t^* - p_{t-1} = \pi_t/(1-\omega)$ であり、1期先についても同様に

$E_t[p^*_{t+1} - p_t] = E_t\pi_{t+1}/(1-\omega)$ です。これらを代入すると、改定価格が式から消えて、インフレ率だけの関係になります。

$$\begin{aligned}
\frac{\pi_t}{1-\omega} &= (1-\beta\omega)(\mu + mc_t) + \pi_t + \frac{\beta\omega}{1-\omega}E_t\pi_{t+1} && \text{（(4.9)を代入）}\\
\frac{\omega}{1-\omega}\pi_t &= (1-\beta\omega)(\mu + mc_t) + \frac{\beta\omega}{1-\omega}E_t\pi_{t+1} && \text{（}\tfrac{1}{1-\omega} - 1 = \tfrac{\omega}{1-\omega}\text{）}\\
\pi_t &= \beta E_t\pi_{t+1} + \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega}(\mu + mc_t) && \text{（両辺に }\tfrac{1-\omega}{\omega}\text{ を掛ける）}
\end{aligned}$$

こうして、実質限界費用で書かれたNKフィリップス曲線が得られました。

要点：NKフィリップス曲線（実質限界費用版）

$$\pi_t = \beta E_t\pi_{t+1} + \lambda\,\widehat{mc}_t, \qquad \lambda \equiv \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega} \tag{4.11}$$

ここで $\widehat{mc}_t \equiv mc_t + \mu$ は、実質限界費用の対数の定常値 $-\mu$ からの乖離です。

数式の読み方：この式が言っていること

インフレ率が正になるのは、次の二つのどちらか（または両方）のときです。

1. **実質限界費用が定常値より高い**。改定できた企業が、費用を回収するために値上げするからです。
2. **将来のインフレが予想される**。改定できた企業は次の改定まで価格を据え置くことになるので、将来の物価上昇を見越して今のうちに高めに設定します。

将来項の係数が β であることに注意してください。$\beta \simeq 0.99$ なので、将来のインフレ予想はほとんど1対1で今期のインフレに乗ります。NKPCの「期待の重さ」は、この係数が1に近いことから来ています。

4.5　産出ギャップ版への書き換え

(4.11)が理論的な原型ですが、実務では観測しにくい $\widehat{mc}_t$ を産出ギャップに置き換えた形がよく使われます。両者をつなぐ関係を導きます。

実質限界費用の対数は、定義から $mc_t = (w_t - p_t) - mpl_t$ です。$\alpha = 0$ なら $mpl_t = a_t$ なので、労働供給(2.6)と、$c_t = y_t$（資源制約）、$n_t = y_t - a_t$（生産関数）を代入すると、

$$\begin{aligned}
\widehat{mc}_t &= (w_t - p_t) - a_t && \text{（}\widehat{mc}_t = mc_t + \mu\text{ で }\mu\text{ が相殺）}\\
&= \left[\sigma c_t + \varphi n_t\right] - a_t && \text{（(2.6)を代入）}\\
&= (\sigma + \varphi)y_t - (1+\varphi)a_t && \text{（}c_t = y_t\text{、}n_t = y_t - a_t\text{）}
\end{aligned}$$

が得られます。

同じ関係は自然水準の経路についても成り立ちます。ただし自然水準では実質限界費用が定常値そのものなので $\widehat{mc}_t^n = 0$ であり、

$$0 = (\sigma + \varphi) y_t^n - (1 + \varphi) a_t$$

となります。これは第3章の(3.4)そのものです。両者の差をとると、技術ショックの項が消えて、

$$\widehat{mc}_t = (\sigma + \varphi)\, \tilde{y}_t, \qquad \tilde{y}_t \equiv y_t - y_t^n \tag{4.12}$$

という簡潔な関係になります。

数式の読み方：なぜ産出ギャップが限界費用の代理になるのか

産出が自然水準を上回ると、二つの経路で実質限界費用が上がります。

- φ **の経路**：より多く働くことになるので、家計が要求する賃金が上がります。労働が割高になり、限界費用が上がります。
- σ **の経路**：より多く消費するので消費の限界効用が下がり、同じ量を働かせるのにより高い実質賃金が必要になります。

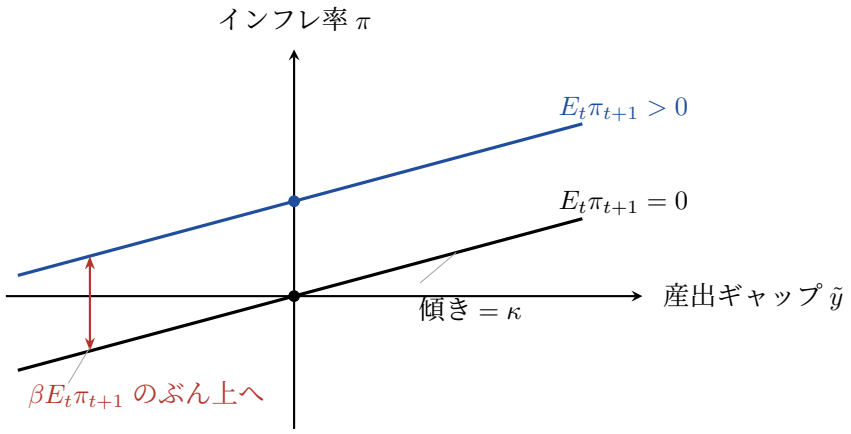
この二つの合計 $\sigma + \varphi$ が、産出ギャップから限界費用への伝わりやすさを決めます。逆に言えば、**産出ギャップそのものがインフレを起こすのではありません**。産出ギャップが限界費用を押し上げ、限界費用が値上げを促す。この二段構えが、NKPCの実質的な中身です。

(4.12)を(4.11)に代入すれば、最もよく目にする形が得られます。

要点：NKフィリップス曲線（産出ギャップ版）

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa\, \tilde{y}_t, \qquad \kappa = \lambda(\sigma + \varphi) = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega}(\sigma + \varphi) \tag{4.13}$$

図 4.2　NKPCは期待インフレ率とともに上下にずれる



$\kappa = 0.17$（本書の標準的なカリブレーション）として描いた。 青い直線は $E_t\pi_{t+1} \simeq 0.5$ の場合で、切片が $\beta E_t\pi_{t+1}$ だけ上にずれている。

図の読み方

1. 横軸が産出ギャップ、縦軸がインフレ率です。NKPCは、この平面上では**傾き κ の直線**になります。
2. 黒い直線は、将来のインフレが予想されていない場合（$E_t\pi_{t+1} = 0$）です。原点を通るので、ギャップがゼロならインフレもゼロです。
3. 青い直線は、将来のインフレが予想される場合です。直線全体が $\beta E_t\pi_{t+1}$ だけ上にずれます。**ギャップがゼロでもインフレが起こる**のは、この切片のためです。
4. 傾きが緩やかであることに注意してください。$\kappa \simeq 0.17$ なので、ギャップが1%開いてもインフレ率は 0.17% しか動きません。インフレ率の動きの大半は、傾きに沿った移動ではなく**直線そのものの上下動**、すなわち期待の変化から来ます。
5. 伝統的なフィリップス曲線との決定的な違いもここにあります。伝統的な曲線では期待は過去のインフレ率で決まりますが、NKPCでは**将来の予想**で決まります。だから中央銀行は、将来についての約束によってこの直線を動かせます。第7章の議論はここから出発します。

4.5.1 傾き κ の中身

要点：κ を構成する三つの要素

価格の硬直性 ω

大きいほど κ は小さくなります。値段を書き換えられる企業が少なければ、ギャップが開いてもインフレ率は動きません。

割引因子 β

$\beta\omega$ の形で入ります。将来を重く見るほど、改定企業は遠い将来の限界費用も考慮するので、今期の費用に対する反応が鈍くなります。

限界費用の感応度 $\sigma+\varphi$

産出が増えたときに実質限界費用がどれだけ上がるかです。σ は消費の限界効用の弾力性、φ は労働供給のフリッシュ弾力性の逆数でした。

ここから二つの帰結が出ます。第一に、**κ は深いパラメータの合成物**なので、κ を推定できても、それが価格の硬直性 ω によるのか、限界費用の感応度 $\sigma+\varphi$ によるのかは区別できません。第9章の「平坦化」の議論で、この点が効いてきます。
第二に、ルーカス批判との関係です。$\omega,\beta,\sigma,\varphi$ が政策レジームに依存しない限り、構造的なNKPCの κ もレジームによって変わりません。レジームとともに変わりうるのは、期待 $E_t\pi_{t+1}$ を過去のインフレ率などで置き換えた**簡約形の**フィリップス曲線の係数です。期待の形成のされ方そのものが政策に依存するからです。NKPCが期待を明示的に含む形で書かれていることの意義は、ここにあります。

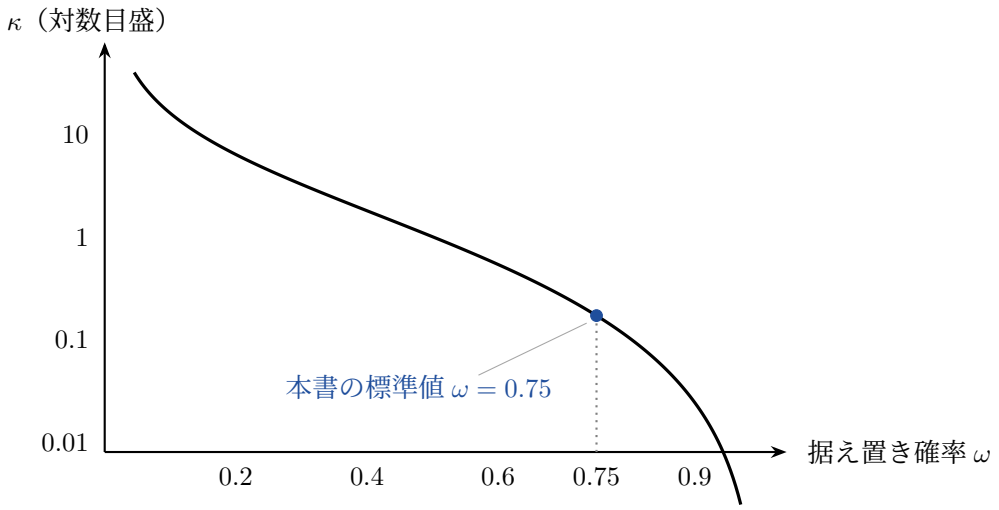
計算例：標準的な値での計算

四半期モデルで $\omega=0.75$、$\beta=0.99$、$\sigma=\varphi=1$ とします。

$$\lambda=\frac{(1-0.75)(1-0.99\times0.75)}{0.75}=\frac{0.25\times0.2575}{0.75}\simeq0.0858$$
$$\kappa=\lambda\times(\sigma+\varphi)=0.0858\times2\simeq0.172$$

本書では以後、この $\kappa\simeq0.17$ を標準値として使います。
産出ギャップが1%開いたとき、四半期のインフレ率は 0.17% しか動きません。年率に直しても 0.7% 程度です。**NKPCの傾きは、もともとかなり緩やか**だという感覚を持っておいてください。

図 4.3　価格が動きにくいほど κ は急速に小さくなる



$\kappa(\omega) = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega}(\sigma+\varphi)$ を $\beta = 0.99$、$\sigma+\varphi = 2$ として描いた。縦軸は対数目盛である。

図の読み方

1. 縦軸が対数目盛であることに注意してください。ω が0から1へ動くあいだに、κ は3桁以上の幅で変わります。価格硬直性のわずかな想定の違いが、インフレ動学をまったく別物にしてしまうということです。
2. 左端（$\omega \to 0$）では $\kappa \to \infty$ です。毎期全員が改定できる伸縮価格の世界では、わずかなギャップでもインフレ率が無限に反応する。裏を返せば、**ギャップが開きえない**ということです。第3章で見た中立性が、この極限として現れています。
3. 右端（$\omega \to 1$）では $\kappa \to 0$ で、インフレ率がギャップにほとんど反応しなくなります。「フィリップス曲線が平坦になった」という近年の議論は、この領域の話です（第9章）。
4. 曲線が右へ行くほど急に落ちている点も重要です。ω を 0.6 から 0.75 へ動かすだけで κ は3分の1近くになります。カリブレーションでの ω の選択が、結果を大きく左右することが分かります。

発展：$\alpha > 0$ のとき——戦略的補完性

生産関数に収穫逓減（$\alpha > 0$）があると、企業ごとに産出が違うので限界費用も違ってきます。このとき λ に補正項が入り、

$$\lambda = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega} \cdot \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\varepsilon}$$

となります（導出は付録B）。第2項は1より小さいので、λ は小さくなります。
これは実証上きわめて重要な含意を持ちます。ω を小さく（＝価格を柔軟に）保ったまま、α や ε を通じて κ を小さくできるからです。ミクロデータが示す高い改定頻度と、集計データが示す緩やかなインフレ反応。この二つを両立させる一つの道筋がここにあります。中間投入を入れても、同じ理屈でさらに強く働きます。

要点

- Calvo型では、改定できた企業は**将来の限界費用の加重平均**に対してマークアップを乗せる。重みは $(\beta\omega)^k$ で、ω が大きいほど先を見る。
- 集計側では、インフレ率は「改定できた企業の値上げ幅 $\times$ 改定できた企業の割合 $(1-\omega)$」である。
- 二つを組み合わせると $\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{mc}_t$ が得られる。産出ギャップ版は、これを $\widehat{mc}_t = (\sigma+\varphi)\tilde{y}_t$ で書き換えたものにすぎない。
- $\kappa = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega}(\sigma+\varphi)$ は深いパラメータの合成物であり、それ自体は構造パラメータではない。標準値は $\kappa \simeq 0.17$ と小さい。

次の章へ　NKPCが得られました。しかしこれは1本の式にすぎず、π_t と $\tilde{y}_t$ の両方を決めることはできません。次章では家計側からもう1本を導き、政策ルールと合わせてモデルを閉じます。

大学院とのつながり　NKPCの導出は、コアコースの試験でも頻出です。(4.6)と(4.9)の2本さえ覚えておけば、あとは p_{t-1} を引いて代入するだけで再現できます。この2本を出発点にする練習をしておくと確実です。

第5章

3方程式モデル

> **ここまでの流れ**　NKフィリップス曲線 $\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t$ が得られました。供給側の記述です。
> **この章の問い**　家計の最適化から得られる式を、どう加工すれば政策分析に使える形になるのでしょうか。そして、モデルを閉じるには何が足りないのでしょうか。
> **この章で分かること**　動学IS曲線の導出と、それが「実質金利と自然利子率の差」で書かれることの意味。モデルを閉じる二つの流儀。そして、三種類のショックがそれぞれまったく違う政策問題を生むこと。

5.1　動学IS曲線

線形化されたオイラー方程式(2.5)は

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho\right)$$

でした。政府支出も投資もないので $c_t = y_t$ です。

このまま使ってもよいのですが、そうはしません。**自然水準の経路についても同じ式を書いて、差をとる**という操作をします。自然水準では、定義により実質利子率が自然利子率に一致します（$r_t = r_t^n$）。したがって

$$y_t^n = E_t y_{t+1}^n - \frac{1}{\sigma}\left(r_t^n - \rho\right)$$

が成り立ちます。二つを引き算すると ρ が消えて、

$$\tilde{y}_t = E_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n\right) \tag{5.1}$$

となります。これを**動学IS曲線**と呼びます。

数式の読み方：引き算が効いている理由

自然水準の式を引くことで、時間選好率 ρ と技術ショックの直接的な影響が消え、**実質利子率が自然利子率からどれだけ離れているか**だけが残りました。

ここから、金融政策の評価について決定的な視点が得られます。産出ギャップが開くのは、金利の絶対水準が高いからでも低いからでもありません。r_t^n との差があるからです。

つまり、名目金利が歴史的な低水準にあっても、r_t^n がそれ以上に下がっていれば、金融政策は**引き締め的**でありうるのです。「金利が低い＝緩和的」という素朴な判断が誤りうることを、この1本の式が示しています。

(5.1)を前向きに解く、すなわち繰り返し代入していくと、別の見え方が得られます。$\lim_{T\to\infty} E_t\tilde{y}_{t+T} = 0$ を仮定すると

$$\tilde{y}_t = -\frac{1}{\sigma}\sum_{k=0}^{\infty} E_t\left[i_{t+k} - \pi_{t+k+1} - r_{t+k}^n\right] \tag{5.2}$$

です。現在のギャップは、**現在から将来にわたる実質金利ギャップの総和**で決まります。

要点：フォワードガイダンスの原理と、その危うさ

(5.2)には、**すべての将来の金利が等しい重みで**入っています。割引がかかっていません。

したがって理屈のうえでは、遠い将来の金利を低く保つと約束するだけで、今期の金利を下げるのと同じだけ需要を刺激できることになります。これがフォワードガイダンスの理論的根拠です。

しかし同時に、これは「20期先の金利の約束が今期の利下げと同じ効果を持つ」という、直感に反する結論でもあります。のちに**フォワードガイダンス・パズル**と呼ばれる問題の源がここにあります。第8章で扱います。

5.2　モデルを閉じる

(4.13)と(5.1)の2本に対し、未知数は $\tilde{y}_t$、π_t、i_t の3つです。1本足りません。

足りない1本は、**中央銀行の行動**です。どう与えるかで、モデルの性格そのものが決まります。

5.2.1　金利ルールで閉じる

最も単純なのは、中央銀行が機械的なルールに従うと仮定することです。

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t + v_t$$

Taylor (1993) 型の金利ルールです。v_t は金融政策ショックで、ルールからの乖離を表します。この定式化では、政策は「与えられた反応関数」として扱われます。

5.2.2　最適化で閉じる

もう一つの道は、中央銀行が家計の厚生を最大化するように行動すると仮定することです。この場合、3本目は中央銀行の最適化の一階条件になります。第7章で扱います。

補足：二つのアプローチの使い分け

ルールで閉じる：現実の政策の記述に向いています。推定にも使いやすく、DSGEモデルの標準的な定式化です。

最適化で閉じる：規範的な問い（どうすべきか）に答えられます。コミットメントと裁量の区別が意味を持つのもこちらだけです。

実証研究では前者、政策分析では後者、というのが大まかな住み分けです。

5.3　三つのショック

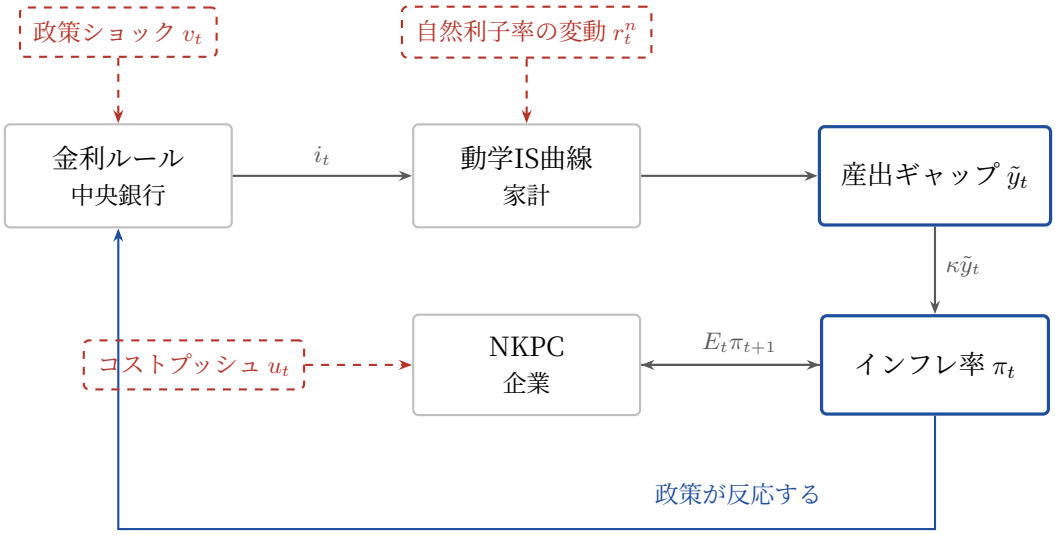
以上をまとめると、基本NKモデルは次の3本になります。コストプッシュショック u_t を加えた形で書きます。

$$\text{動学IS：}\quad \tilde{y}_t = E_t\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t\pi_{t+1} - r_t^n\right) \tag{5.3}$$

$$\text{NKPC：}\quad \pi_t = \beta E_t\pi_{t+1} + \kappa\tilde{y}_t + u_t \tag{5.4}$$

$$\text{金利ルール：}\quad i_t = \rho + \phi_\pi\pi_t + \phi_y\tilde{y}_t + v_t \tag{5.5}$$

図 5.1　3方程式モデルの構造：誰が何を決めているか



実線は(5.3)–(5.5)が表す関係、破線（赤）は外生ショックの入り口である。

図の読み方

1. 左の3つの箱が3本の式に対応し、それぞれ中央銀行・家計・企業という別の主体の行動を表しています。右の2つが、モデルが決める内生変数です。
2. 中央銀行が金利 i_t を動かすと、動学IS曲線を通じて産出ギャップが動きます。産出ギャップはNKPCを通じてインフレ率を動かします。これが政策の伝わる主要な経路です。
3. 戻る矢印が二つあります。一つはインフレ予想 $E_t\pi_{t+1}$ がNKPCに跳ね返る経路、もう一つは政策ルールがインフレに反応する経路です。**モデルは閉じた輪になっており、どの変数も単独では決まりません。**
4. 赤い破線が3種類のショックの入り口です。入る場所が違うことに注意してください。この違いが、次に述べるように政策問題の性格を分けます。

5.3.1 ショックの性格の違い

需要ショック（r_t^n の変動）

時間選好率が動いたり、技術の予想成長率が変わったりすると、r_t^n が動きます。金利ルールがこれに追随できなければ産出ギャップが開きます。しかし**政策にトレードオフを生みません。**$i_t = r_t^n$ としさえすれば、(5.3)より $\tilde{y}_t = 0$、したがって(5.4)より $\pi_t = 0$ が同時に達成できるからです。

コストプッシュショック u_t

マークアップの変動などから生じ、NKPCに直接入ります。こちらは**政策にトレードオフを生みます。**$u_t > 0$ のときインフレを抑えるには $\tilde{y}_t < 0$ にするしかなく、両方をゼロにはできません。

金融政策ショック v_t

ルールからの乖離です。実証では、政策の外生的な変化を識別するために使われます。

要点：「神の一致」とその破れ

需要ショックしかない世界では、インフレを安定させれば自動的にギャップも閉じます。二つの目標が一致してしまうわけです。これを**divine coincidence**（神の一致）と呼びます。

コストプッシュショックが入ると、この一致が破れます。中央銀行は初めて「どちらをどれだけ優先するか」という本当の選択に直面します。第7章の最適政策の議論に意味があるのは、u_t があるからです。

したがって、u_t をモデルに入れるかどうかは、たんなる技術的な選択ではありません。**何を政策問題と見なすかの選択**です。

要点

- 動学IS曲線は、オイラー方程式から自然水準の経路を引いて得られる。残るのは実質金利と自然利子率の差であり、政策の緩和度はこの差で測る。
- 前向きに解くと、現在のギャップは将来の実質金利ギャップの**割引なしの総和**で決まる。フォワードガイダンスの根拠であり、のちのパズルの源でもある。
- モデルを閉じる3本目は中央銀行の行動である。ルールで与えるか、最適化で導くかで、モデルの性格が変わる。
- 需要ショックは政策にトレードオフを生まないが、コストプッシュショックは生む。最適政策の問題が意味を持つのは後者があるときだけである。

次の章へ　モデルが閉じました。次章では、このモデルをどう解くか、そして解がただ一つに定まるのはどんなときかを扱います。後者は、金融政策論のなかでもとりわけ有名な結論につながります。

第6章

解法と決定性

> **ここまでの流れ**　3本の式からなるモデルが閉じました。しかしこれらは期待を含む差分方程式であり、ふつうの連立方程式のようには解けません。
> **この章の問い**　前向きの期待を含むモデルは、どうやって解くのでしょうか。そして、解がただ一つに定まるための条件は何でしょうか。
> **この章で分かること**　Blanchard–Kahn条件とその直感。テイラー原理が決定性の必要十分条件であることの証明。未定係数法による具体的な解。そして、DSGE編につながる状態空間表現。

6.1　問題の構造

基本NKモデルには資本も債務もありません。したがって過去を引きずる状態変数が存在せず、モデルは**前向き変数**（forward-looking variables）だけからなる線形の期待差分方程式系になります。

金利ルール(5.5)を(5.3)と(5.4)に代入して i_t を消去すると、$\tilde{y}_t$ と π_t についての2本の式になります。$\mathbf{x}_t = (\tilde{y}_t,\ \pi_t)'$ と置くと、

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\, E_t \mathbf{x}_{t+1} + \mathbf{B}\, \mathbf{z}_t \tag{6.1}$$

という形に整理できます。$\mathbf{z}_t$ はショックのベクトルです。

補題 6.1 (係数行列の具体形)　(6.1)の係数行列は

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\Omega}\begin{pmatrix} \sigma & 1-\beta\phi_\pi \\ \kappa\sigma & \kappa + \beta(\sigma+\phi_y) \end{pmatrix}, \qquad \Omega \equiv \sigma + \phi_y + \kappa\phi_\pi > 0 \tag{6.2}$$

で与えられる。

証明. (5.5)を(5.3)に代入し、ρ と r_t^n をショック項にまとめると

$$(\sigma+\phi_y)\tilde{y}_t + \phi_\pi \pi_t = \sigma E_t \tilde{y}_{t+1} + E_t \pi_{t+1} + (\text{ショック})$$

を得る。これと(5.4)、すなわち $-\kappa\tilde{y}_t + \pi_t = \beta E_t\pi_{t+1} + u_t$ を合わせると

$$\mathbf{M}\mathbf{x}_t = \mathbf{N}E_t\mathbf{x}_{t+1} + (\text{ショック}), \qquad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \sigma + \phi_y & \phi_\pi \\ -\kappa & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{pmatrix} \sigma & 1 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

となる。$\det\mathbf{M} = \sigma + \phi_y + \kappa\phi_\pi = \Omega > 0$ なので $\mathbf{M}$ は正則で、

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{\Omega}\begin{pmatrix} 1 & -\phi_\pi \\ \kappa & \sigma + \phi_y \end{pmatrix}$$

である。$\mathbf{A} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}$ を計算すれば(6.2)を得る。 □

6.2 Blanchard–Kahn条件

(6.1)の解がどうなるかは、係数行列の固有値の配置だけで決まります。直感をつかみやすくするため、時間を前に進める向きに書き直しておきます。$\mathbf{A}$ が正則なら、ショックを除いて

$$E_t\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x}_t$$

です。$\mathbf{A}^{-1}$ が、来期の予想を今期の値から生み出す「前向きの動学」を表します。$\mathbf{A}^{-1}$ の固有値は $\mathbf{A}$ の固有値の逆数なので、$\mathbf{A}^{-1}$ の**不安定な**固有値（絶対値が1より大きいもの）は、ちょうど $\mathbf{A}$ の絶対値が1より小さい固有値に対応します。

要点：Blanchard and Kahn (1980) の条件

前向き変数（ジャンプ変数）の個数を m、前向きの動学 $\mathbf{A}^{-1}$ の不安定な固有値の個数を q とします。

- $q = m$ のとき：解はただ一つに定まります（**決定的**、determinate）。
- $q < m$ のとき：解が無数に存在します（**不決定**、indeterminate）。
- $q > m$ のとき：発散しない解が存在しません。

(6.1)の形のままで言えば、「$\mathbf{A}$ の固有値のうち絶対値が1より小さいものの個数が m に等しいこと」が決定性の条件です。

数式の読み方：なぜ「安定な固有値が多すぎる」と困るのか

一見さかさまに見えるかもしれません。前向きの動学 $\mathbf{A}^{-1}$ に安定な固有値が多いほうが、良さそうに思えるからです。しかし、ここでの変数の性格を考えると納得がいきます。

$\tilde{y}_t$ と π_t は**ジャンプ変数**です。過去から引き継ぐ値がなく、各期に決まり直します。値を一つに特定するには、「それ以外の値を選ぶと発散してしまう」という形の制約が必要です。安定な方向が多すぎる（$q < m$）と、どの初期値を選んでも発散しないので絞り込めません。期待の変化だけで均衡が動く余地、すなわちサンスポットが生まれます。

逆に、資本のような**状態変数**には初期値が与えられています。だからこちらには収束する方向が必要で、不安定な方向が多すぎる（$q > m$）と、与えられた初期値から収束する経路がなくなります。両者の要件は表裏の関係にあります。

ラムゼイモデルで鞍点経路がただ一つに定まったのも、同じ論理でした。k_0 が与えられたとき、発散しない c_0 がただ一つ存在する、という構造です。なお、基本NKモデルは状態変数を持たず $m = 2$ がすべての変数の数なので、$q > m$ の場合は起こりません。

6.3　テイラー原理

基本NKモデルでは前向き変数が2つ（$m = 2$）なので、$\mathbf{A}$ の固有値が**両方とも**単位円の内側にあることが決定性の条件になります。これを具体的なパラメータの条件に翻訳します。

命題 6.2 (決定性の条件)　$\phi_\pi \geq 0$、$\phi_y \geq 0$、$\kappa > 0$、$0 < \beta < 1$、$\sigma > 0$ とする。このとき、テイラー型ルール(5.5)のもとで均衡が決定的であるための必要十分条件は

$$\kappa(\phi_\pi - 1) + (1 - \beta)\phi_y > 0 \tag{6.3}$$

である。

証明. $\mathbf{A}$ の特性方程式を $z^2 - Tz + D = 0$ とおく。補題6.1より

$$T = \operatorname{tr}\mathbf{A} = \frac{\sigma(1+\beta) + \kappa + \beta\phi_y}{\Omega}, \qquad D = \det\mathbf{A} = \frac{\det\mathbf{N}}{\det\mathbf{M}} = \frac{\sigma\beta}{\Omega}.$$

実係数の2次方程式の2根がともに単位円の内側にあるための必要十分条件は

$$\text{(i)}\ |D| < 1, \qquad \text{(ii)}\ |T| < 1 + D$$

である。この二つを順に確かめる。

(i) $\sigma, \beta > 0$ より $D > 0$ である。また $\beta < 1$ と $\phi_\pi, \phi_y \geq 0$ より $\sigma\beta < \sigma \leq \sigma + \phi_y + \kappa\phi_\pi = \Omega$

であるから $D < 1$。 よって (i) は仮定のもとで常に成り立つ。

(ii) $T > 0$ なので $T > -(1+D)$ は自明である。残るのは $T < 1 + D$、すなわち

$$\sigma(1+\beta) + \kappa + \beta\phi_y < \Omega + \sigma\beta = \sigma + \phi_y + \kappa\phi_\pi + \sigma\beta$$

である。両辺から $\sigma + \sigma\beta$ を引くと

$$\kappa + \beta\phi_y < \phi_y + \kappa\phi_\pi \quad \Longleftrightarrow \quad \kappa(\phi_\pi - 1) + (1-\beta)\phi_y > 0.$$

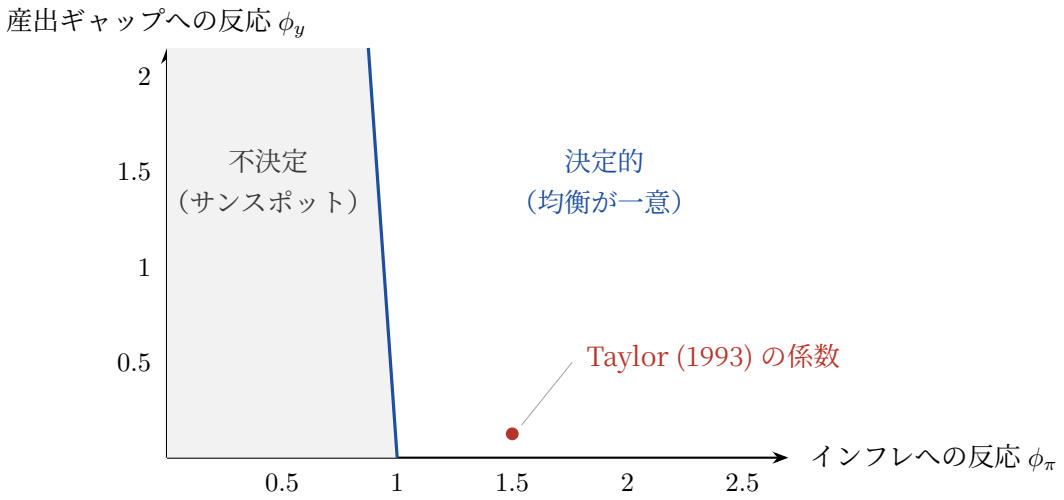
これが(6.3)にほかならない。 □

$\phi_y = 0$ の場合、(6.3)は $\kappa(\phi_\pi - 1) > 0$、すなわち $\phi_\pi > 1$ に帰着します。これが**テイラー原理**です。

要点：テイラー原理の経済的な意味

インフレ率が1%上がったとき、中央銀行は名目金利を1%より**大きく**上げなければならない、ということです。
そうすれば実質金利 $i_t - E_t\pi_{t+1}$ が上昇し、需要が抑えられ、インフレが収まります。
逆に $\phi_\pi < 1$ なら、インフレが上がったときに実質金利はかえって**下がり**、需要がさらに増えてインフレが加速します。
このとき何が起こるか。「インフレが起こると皆が予想したから、本当にインフレが起こる」という自己実現的な経路が成立してしまいます。ファンダメンタルズとは無関係な期待の変化が現実の変動を生む。これが不決定（サンスポット均衡）の正体です。

図 6.1　決定性の領域：境界はほぼ垂直である



$\kappa = 0.17$、$\beta = 0.99$ として、境界 $\kappa(\phi_\pi - 1) + (1-\beta)\phi_y = 0$ を 描いた。$\phi_y = 2$ でも境界は $\phi_\pi \simeq 0.88$ にしか動かない。 赤い点は Taylor (1993) が提案した $(\phi_\pi, \phi_y) = (1.5,\, 0.5/4)$ である。

図の読み方

1. 横軸がインフレへの反応係数、縦軸が産出ギャップへの反応係数です。青い線が(6.3)の境界で、その右側が決定的な領域です。
2. 境界がわずかに左へ傾いているのは、ϕ_y が正であれば ϕ_π が多少1を下回っても決定性が保たれるからです。産出ギャップへの反応も、間接的にインフレを抑えるためです。
3. しかし傾きはごくわずかです。$(1-\beta)=0.01$ が非常に小さいためで、ϕ_y を2まで上げても境界は $\phi_\pi \simeq 0.88$ までしか動きません。**実務的には $\phi_\pi > 1$ がほぼそのまま条件になる**ということです。
4. 赤い点は Taylor (1993) が提案した係数で、決定的な領域に余裕をもって入っています。この余裕が、テイラー・ルールが実務的な目安として広く受け入れられた理由の一つです。

発展：発散経路を排除してよいのか

Blanchard–Kahn条件の運用では、「発散する経路は均衡ではない」として除外します。実物変数であれば、資源制約や非負制約から正当化できます。消費が無限大に発散する経路は実行不可能だからです。

しかし名目変数には、そうした自然な上下限がありません。物価水準が発散する経路を、いったいどんな根拠で排除するのでしょうか。Cochrane (2011) はこの点を批判し、テイラー原理による決定性の議論は識別の問題を抱えていると論じました。観測されるデータからは、決定的な均衡にいるのか不決定な均衡にいるのかを区別できない、という主張です。

財政理論（FTPL）の立場では、物価水準は政府の予算制約から決まるとされ、テイラー原理の役割はまったく違う形で解釈されます。本書はこの論争に立ち入りませんが、**決定性の議論が暗黙の仮定に依存している**点は意識しておく価値があります。

6.4　未定係数法

決定性が確保されたとして、解を実際に求めてみます。

6.4.1　方針

状態変数がないので、内生変数はショックの線形関数になるはずです。金融政策ショックが1階の自己回帰に従うとします。

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \epsilon_t, \qquad \rho_v \in [0,1)$$

そこで解の形を

$$\tilde{y}_t = \psi_y v_t, \qquad \pi_t = \psi_\pi v_t \tag{6.4}$$

と推測します。これが**未定係数法**です。

この推測が正しければ、期待項が今期の変数で書けます。

$$E_t\tilde{y}_{t+1} = \psi_y E_t v_{t+1} = \rho_v \psi_y v_t = \rho_v \tilde{y}_t, \qquad E_t\pi_{t+1} = \rho_v \pi_t$$

これで、期待を含む差分方程式が**ただの連立1次方程式**に変わります。未定係数法の値打ちは、この一点にあります。

6.4.2 解

(6.4)を3本の式に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \sigma(1-\rho_v)\tilde{y}_t &= -\big[(i_t - \rho) - \rho_v \pi_t\big] \\ (1-\beta\rho_v)\pi_t &= \kappa \tilde{y}_t \\ i_t - \rho &= \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t + v_t \end{aligned}$$

となります。3本目を1本目に代入し、2本目で π_t を消去すると、係数が求まります。

要点：金融政策ショックへの応答

$$\psi_y = -\frac{1-\beta\rho_v}{\Lambda}, \qquad \psi_\pi = -\frac{\kappa}{\Lambda} \tag{6.5}$$

ただし

$$\Lambda \equiv (1-\beta\rho_v)\big[\sigma(1-\rho_v) + \phi_y\big] + \kappa(\phi_\pi - \rho_v).$$

数式の読み方：Λ の符号を必ず確かめる

テイラー原理が成り立っていれば $\Lambda > 0$ であり、$\psi_y < 0$、$\psi_\pi < 0$ です。$v_t < 0$（利下げ）で産出とインフレが上がるという、期待どおりの符号になります。

$\Lambda < 0$ だと符号が反転し、利下げが産出を下げるという奇妙な結果になります。これは不決定領域に入っているサインです。**解を求めたら必ず Λ の符号を確認してください。**

なお $\rho_v = 0$（1期限りのショック）とおくと $\Lambda = \sigma + \phi_y + \kappa\phi_\pi = \Omega$ となり、補題6.1の Ω に一致します。

6.4.3 インパルス応答の読み方

(6.5)から、インパルス応答は

$$\tilde{y}_t = \psi_y v_0 \rho_v^t, \qquad \pi_t = \psi_\pi v_0 \rho_v^t$$

と、ショックとまったく同じ減衰率で動きます。

要点：基本モデルには慣性がない

応答の持続性は、**ショックの持続性そのもの**です。モデルの内部に慣性を生む仕組み（資本、習慣形成、価格のインデクセーション）が一つもないからです。
実際のデータでは、金融政策ショックに対する産出の反応はピークまで数期かかり、山型になります。基本NKモデルは、この形を再現できません。
DSGE編で扱う各種の摩擦は、まさにこの慣性を作るために導入されます。基本モデルの限界を知っておくことが、拡張の動機を理解する近道です。

発展：名目金利の動きで政策の向きを判断しない

(6.5)には落とし穴があります。ρ_v が大きいとき、利下げショックに対して**名目金利がかえって上昇する**ことがあるのです。
仕組みはこうです。利下げで産出とインフレが上がると、ルール(5.5)がそれに反応して利上げします。ρ_v が 0.9 程度に大きいと、この反応が当初の利下げ（$v_t < 0$）を上回ってしまいます。
それでも実質金利は自然利子率を下回っており、政策はたしかに緩和的です。**効くのは $i_t - E_t\pi_{t+1} - r_t^n$ であって、i_t の水準や変化ではありません**。実証で政策スタンスを測る指標を選ぶときにも、この区別は決定的に重要です。

6.5 一般的な解法への橋渡し

基本NKモデルは手で解けますが、状態変数が入ると行列を使った解法が必要になります。標準的なのは次の二つです。

QZ分解（一般化シューア分解）
: システムを $\boxtimes_0 \mathbf{x}_t = \boxtimes_1 \mathbf{x}_{t-1} + \boxtimes \boldsymbol{\epsilon}_t + \boxtimes \boldsymbol{\eta}_t$ の形に書き、安定部分と不安定部分に分解します。Sims (2002) の gensys がこの方法であり、Dynare の1次近似の解法もQZ分解に基づいています。$\boldsymbol{\eta}_t$ は期待誤差で、不安定部分をゼロにするという条件から決まります。

未定係数法の一般化
: 解を $\mathbf{x}_t = \mathbf{P}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{Q}\boldsymbol{\epsilon}_t$ と推測し、$\mathbf{P}$ について2次の行列方程式を解きます。Uhlig (1999) の手法です。

いずれの道を通っても、最終的に得られるのは

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{P}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{Q}\boldsymbol{\epsilon}_t \tag{6.6}$$

という**状態空間表現**です。

要点：DSGE編への接続点

(6.6)に観測方程式を組み合わせると、カルマンフィルターによって尤度が評価できるようになります。そこからベイズ推定へ進みます。
つまり、本書でここまで行ってきた「モデルを解く」という作業は、推定の前処理にあたります。姉妹編はちょうどここから始まります。

要点

- 基本NKモデルは前向き変数だけの系であり、$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}E_t\mathbf{x}_{t+1} + \mathbf{B}\mathbf{z}_t$ と書ける。決定性は $\mathbf{A}$ の固有値が両方とも単位円の内側にあることと同値である。
- その条件は $\kappa(\phi_\pi - 1) + (1-\beta)\phi_y > 0$ であり、$\phi_y = 0$ ならテイラー原理 $\phi_\pi > 1$ になる。$(1-\beta)$ が小さいので、境界は実質的に $\phi_\pi = 1$ である。
- 未定係数法は、解の形を推測することで期待項を今期の変数に置き換え、連立1次方程式に帰着させる方法である。Λ の符号の確認を忘れない。
- 基本モデルの応答はショックの持続性をそのまま写すだけで、内生的な慣性を持たない。これが中規模DSGEモデルへ拡張する最大の動機になる。

次の章へ　ここまでは「政策がこうならどうなるか」という問いでした。次章では「政策はどうあるべきか」を問います。そのためには、まず**何を最大化すべきか**を決めなければなりません。

大学院とのつながり　命題6.2の証明で使った「2次方程式の2根がともに単位円内」の条件は、動学モデルの安定性分析で繰り返し登場します。$|D| < 1$ と $|T| < 1 + D$ の2本は、覚えておくと応用が利きます。

第7章

厚生損失関数と最適金融政策

> **ここまでの流れ**　モデルを解く道具がそろいました。ここまでは「政策がこうならどうなるか」という実証的な問いでした。
> **この章の問い**　中央銀行は何を最小化すべきなのでしょうか。その目的関数は、どこから出てくるのでしょうか。そして、約束を守れるかどうかで結果はどう変わるのでしょうか。
> **この章で分かること**　家計の効用関数から2次の損失関数を導く手続き。インフレ安定が重視される理由。そして、コミットメントと裁量という二つの政策が生む、決定的に違う結果。

7.1　損失関数はどこから来るのか

政策分析では、しばしば次のような損失関数が天下り式に置かれます。

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\pi_t^2 + \vartheta \, \tilde{y}_t^2 \right)$$

二乗の和を小さくせよ、という形です。しかし、なぜ二乗なのか、なぜインフレと産出ギャップの二つだけなのか、ϑ はどれくらいの値なのか。これらに答えられなければ、規範分析としては不十分です。

NKモデルの強みは、この損失関数を**家計の効用関数から導ける**ことにあります。Rotemberg and Woodford (1997) 以来の標準的な手続きです。以下、三段階で進めます。

7.1.1　二つの歪みを特定する

価格が硬直的な経済には、効率的な配分からの乖離が二つあります。

第一の歪み：産出の水準
マークアップのため、自然産出が効率水準を下回ります（第3章）。これは一定の歪みであり、金融政策では動かせません。

第二の歪み：価格の分散
改定できた企業とできなかった企業で価格が食い違うため、本来なら同じ値段であるべ

き財が異なる値段で売られます。家計は安い財に需要を振り向けるので、生産が非効率に配分されます。

第二の歪みこそが、価格硬直性に固有のものです。これを定量化しましょう。

7.1.2 価格分散の費用

まず、価格の分散が実物的な無駄を生むことを確かめます。総雇用を集計します。各企業の生産関数が $Y_t(i) = A_t N_t(i)$ なので、

$$\begin{aligned} N_t &= \int_0^1 N_t(i)\,di = \frac{1}{A_t}\int_0^1 Y_t(i)\,di && \text{（生産関数を逆に解く）} \\ &= \frac{Y_t}{A_t}\int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di && \text{（需要関数(2.9)を代入）} \end{aligned}$$

となります。最後の積分を Δ_t と書きます。

$$\Delta_t \equiv \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di \;\geq\; 1 \tag{7.1}$$

等号が成り立つのは、全企業が同じ価格をつけているときだけです（イェンセンの不等式）。

数式の読み方：Δ_t が意味するもの

$N_t = (Y_t/A_t)\Delta_t$ という式を見てください。$\Delta_t = 1$ なら、産出 Y_t を得るのに必要な雇用は Y_t/A_t です。$\Delta_t > 1$ だと、**同じ産出を得るのに余分な雇用が要る**ということになります。

なぜ無駄が生じるのか。価格が散らばっていると、家計は安い財を多く、高い財を少なく買います。ところが財はもともと対称で、どれも同じ技術で作られています。本来なら均等に生産するのが効率的なのに、価格の食い違いのせいで生産が偏ってしまう。その偏りの費用が Δ_t です。

つまり**インフレが悪いのは、人々が物価上昇を嫌うからではありません**。相対価格を歪めて、資源配分を狂わせるからです。

この Δ_t を、扱いやすい形に近似します。

補題 7.1 (価格分散の2次近似)　対数価格 $p_t(i) = \ln P_t(i)$ の企業間の分散を $\mathrm{var}_i\big(p_t(i)\big) \equiv \sigma_{p,t}^2$ と書く。$\sigma_{p,t}^2$ が小さいとき、

$$\ln \Delta_t \simeq \frac{\varepsilon}{2}\,\sigma_{p,t}^2 \tag{7.2}$$

が成り立つ。

証明. $\bar{p}_t \equiv E_i[p_t(i)]$（企業間の単純平均）とおき、$x_i \equiv p_t(i) - \bar{p}_t$ とする。$E_i[x_i] = 0$、

$E_i[x_i^2] = \sigma_{p,t}^2$ である。任意の定数 a について、2次までの近似で

$$\ln E_i\left[e^{a x_i}\right] \simeq \frac{a^2}{2}\sigma_{p,t}^2$$

が成り立つ。

まず物価指数の定義 $p_t = \frac{1}{1-\varepsilon}\ln\int_0^1 e^{(1-\varepsilon)p_t(i)}di$ に $a = 1-\varepsilon$ として適用すると、

$$p_t \simeq \bar{p}_t + \frac{1-\varepsilon}{2}\sigma_{p,t}^2 \tag{7.3}$$

を得る。次に(7.1)の対数をとり、$a = -\varepsilon$ として適用すると、

$$\ln \Delta_t = \varepsilon p_t + \ln\int_0^1 e^{-\varepsilon p_t(i)}di \simeq \varepsilon\left(p_t - \bar{p}_t\right) + \frac{\varepsilon^2}{2}\sigma_{p,t}^2$$

となる。ここに(7.3)を代入すれば

$$\ln \Delta_t \simeq \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{2}\sigma_{p,t}^2 + \frac{\varepsilon^2}{2}\sigma_{p,t}^2 = \frac{\varepsilon}{2}\sigma_{p,t}^2$$

を得る。　□

価格分散の費用は、**対数価格の分散に比例**することが分かりました。しかも係数は $\varepsilon/2$ であり、財の代替性が高いほど費用が大きくなります。代替しやすい財どうしで値段が食い違うほど、需要の偏りが大きくなるからです。

7.1.3　分散をインフレ率に結びつける

次に、この分散をインフレ率と結びつけます。Calvo型の仮定のもとでは、価格の分散が再帰的に書けます。

$$\sigma_{p,t}^2 = \omega\,\sigma_{p,t-1}^2 + \frac{\omega}{1-\omega}\,\pi_t^2 \tag{7.4}$$

数式の読み方：この再帰式の意味

右辺の第1項は、改定できなかった企業（確率 ω）が前期の分散をそのまま引き継ぐことを表します。

第2項が新しく生まれる分散です。改定できた企業は全員同じ価格をつけますが、その価格は据え置き組の価格と食い違います。食い違いの幅は、第4章の(4.9)より $\pi_t/(1-\omega)$ でした。これが確率 ω と $1-\omega$ の二群のあいだの分散を生むので、その大きさは $\omega(1-\omega)\times\left[\pi_t/(1-\omega)\right]^2 = \frac{\omega}{1-\omega}\pi_t^2$ になります。

ここから直ちに読み取れることがあります。**インフレ率がゼロでない限り、価格の分散は必ず発生する**。これがNKモデルにおける「インフレの費用」の正体です。

(7.4)を時間を通じて足し上げると、分散の割引総和がインフレ率の二乗の割引総和に化け

ます。

補題 7.2 (分散の割引総和)　$\sigma_{p,-1}^2 = 0$ のとき、(7.4)のもとで

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \sigma_{p,t}^2 = \frac{1}{\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi_t^2, \qquad \lambda = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega} \tag{7.5}$$

が成り立つ。

証明. (7.4)を繰り返し代入すると

$$\sigma_{p,t}^2 = \frac{\omega}{1-\omega} \sum_{j=0}^{t} \omega^{t-j} \pi_j^2$$

である。これに β^t を掛けて t について足し上げ、和の順序を入れ替えると

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \sigma_{p,t}^2 = \frac{\omega}{1-\omega} \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j^2 \sum_{t=j}^{\infty} \beta^t \omega^{t-j} = \frac{\omega}{1-\omega} \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j^2 \frac{\beta^j}{1-\beta\omega}$$

となる。$\frac{\omega}{(1-\omega)(1-\beta\omega)} = 1/\lambda$ であるから、(7.5)を得る。 □

要点：いま何が起こったか

補題7.1と補題7.2を合わせると、**価格分散という実物的な無駄の総和が、インフレ率の二乗の総和で測れる**ことになります。

$$\sum_{t} \beta^t \ln \Delta_t \simeq \frac{\varepsilon}{2} \sum_{t} \beta^t \sigma_{p,t}^2 = \frac{\varepsilon}{2\lambda} \sum_{t} \beta^t \pi_t^2$$

損失関数に π_t^2 が現れる理由は、ここにあります。恣意的に二乗を置いたのではなく、**分散という二乗の量が無駄の大きさだった**のです。

残る作業は、家計の効用そのものを2次まで展開し、産出ギャップの項を取り出すことです。この部分は代数が長くなるので結果だけを示します（詳しい導出は Galí 2015 や Woodford 2003 にあります）。雇用補助金によって自然水準と効率水準が一致している場合、

$$\mathbb{W} = -\frac{1}{2} U_c C \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{\varepsilon}{\lambda} \pi_t^2 + (\sigma + \varphi) \tilde{y}_t^2 \right] + \text{t.i.p.} \tag{7.6}$$

となります。t.i.p. は政策に依存しない項（terms independent of policy）です。

(7.6)の中括弧を ε/λ で割って標準化すると、見慣れた形になります。

要点：効用から導かれた損失関数

$$L = \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[\pi_t^2 + \vartheta\,\tilde{y}_t^2\right], \qquad \vartheta = \frac{\lambda(\sigma+\varphi)}{\varepsilon} = \frac{\kappa}{\varepsilon} \tag{7.7}$$

計算例：ウェイト ϑ の大きさ

標準的な値 $\kappa \simeq 0.17$、$\varepsilon = 6$ を入れると

$$\vartheta = \frac{0.17}{6} \simeq 0.029$$

です。産出ギャップに置かれるウェイトは、インフレの 3% ほどしかありません。
つまりこのモデルが含意するのは、**厚生の観点からは産出ギャップよりインフレの安定がはるかに重要**だということです。この結論は、インフレ目標政策の理論的な支柱の一つになっています。

数式の読み方：導出から分かる三つのこと

1. **二乗の形は家計の効用から出てきます**。価格分散が二乗の量であり、効用の2次近似も二乗になるからです。恣意的な仮定ではありません。
2. $\vartheta = \kappa/\varepsilon$ **は小さい**。分子の κ が小さく、分母の ε が大きいからです。
3. ω **が大きいほど** ϑ **は小さくなります**。価格が動きにくい経済ほど κ が小さく、同じインフレ率がより大きな価格分散を生むためです。硬直的な経済ほどインフレの害が深刻だ、ということです。

発展：この結論への留保

ϑ が小さいという結果は、しばしば批判されます。現実の中央銀行は雇用の安定にもっと重きを置いているように見えるからです。
考えられる理由はいくつかあります。第一に、この導出では**失業が存在しません**。労働市場は常に清算しており、雇用の変動はすべて自発的なものです。探索摩擦と非自発的失業を入れると、ウェイトは大きくなります。第二に、家計が同質です。異質な家計を入れると、不況の負担が特定の層に偏ることによる損失が加わります。第三に、ここでは定常インフレ率がゼロですが、正の定常インフレがあると π_t^2 の係数がさらに大きくなります。
(7.7)は**基本モデルが含意する損失関数**であって、普遍的な真理ではありません。論文でこの形の損失関数を見たときは、どのモデルから導かれたものかを確認する習慣をつけてください。

7.2 最適政策：コミットメント

目的関数が定まったので、最適政策を解きます。中央銀行が(7.7)を、NKPCを制約として最小化します。

$$\min \ \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[\pi_t^2+\vartheta\tilde{y}_t^2\right] \qquad \text{s.t.} \qquad \pi_t=\beta E_t\pi_{t+1}+\kappa\tilde{y}_t+u_t$$

コミットメントとは、$t=0$ の時点で将来にわたる経路全体を選び、それを守り通すという想定です。

7.2.1 一階条件

t 期の制約に乗数 ξ_t を付けてラグランジュ関数を作ります。

$$\mathcal{L}=E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left\{\frac{1}{2}\left[\pi_t^2+\vartheta\tilde{y}_t^2\right]+\xi_t\left[\pi_t-\beta\pi_{t+1}-\kappa\tilde{y}_t-u_t\right]\right\}$$

$\tilde{y}_t$ と π_t で微分します。ここで注意すべき点が一つあります。π_t は t 期の制約に現れるだけでなく、$t-1$ 期の制約にも $-\beta\pi_t$ の形で現れます。割引を考慮すると、$t-1$ 期の制約からの寄与は $\beta^{t-1}\xi_{t-1}\cdot(-\beta)=-\beta^t\xi_{t-1}$ です。したがって

$$\tilde{y}_t: \qquad \vartheta\tilde{y}_t-\kappa\xi_t=0 \tag{7.8}$$

$$\pi_t: \qquad \pi_t+\xi_t-\xi_{t-1}=0 \tag{7.9}$$

となります。(7.8)より $\xi_t=\vartheta\tilde{y}_t/\kappa$ ですから、これを(7.9)に代入して、

要点：コミットメント下の最適性条件

$$\pi_t=-\frac{\vartheta}{\kappa}\left(\tilde{y}_t-\tilde{y}_{t-1}\right) \tag{7.10}$$

要点：この式の著しい性質

右辺は産出ギャップの**変化**です。水準ではありません。
これを $s=0$ から t まで足し上げると、右辺が望遠鏡のように打ち消し合って

$$\sum_{s=0}^{t}\pi_s = -\frac{\vartheta}{\kappa}\left(\tilde{y}_t - \tilde{y}_{-1}\right)$$

となります。左辺はインフレ率の累積、すなわち**物価水準の対数**です。
ギャップが最終的にゼロへ戻るなら、右辺もゼロに戻ります。つまり**物価水準も元の水準に戻らなければなりません**。コミットメント下の最適政策は、実質的に**物価水準目標**（price-level targeting）になるのです。
インフレ率をゼロに戻すだけでは足りません。過去の上昇分を打ち消すだけのデフレを、あとで起こす必要があります。

7.2.2　時間不整合性

(7.10)は、実は $t=0$ では少し違う形になります。ξ_{-1} が存在しない（過去に約束した相手がいない）ので、$t=0$ の条件は

$$\pi_0 = -\frac{\vartheta}{\kappa}\tilde{y}_0$$

です。これは次節で見る裁量の条件と同じ形をしています。

要点：なぜ初期時点だけ違うのか

$t=0$ の中央銀行は自由です。誰にも何も約束していないからです。
ところが $t=1$ になると、$t=0$ で約束した ξ_0 に縛られます。そしてここが問題で、$t=1$ の時点で改めて最適化しようとすると、また「自分は自由だ」という解を選びたくなります。昨日の約束を破って、今日また新しく最適な計画を立て直したくなるのです。
この誘惑が**時間不整合性**（Kydland and Prescott 1977）です。約束を守る仕組みがなければ、最適政策は実行できません。

実務的には、$t=0$ の特殊性を無視し、(7.10)をすべての t に適用する解が使われます。これを timeless perspective の解と呼びます。以下の比較もこの意味でのコミットメントを指します。

7.3　最適政策：裁量

今度は、中央銀行が毎期その時点で最適な行動をとると想定します。将来の期待に影響を与えられないので、$E_t\pi_{t+1}$ を**所与**として扱います。

このとき t 期の制約は $\pi_t = \kappa\tilde{y}_t + (\text{所与の項})$ という静学的な関係になり、一階条件は

要点：裁量下の最適性条件

$$\pi_t = -\frac{\vartheta}{\kappa}\,\tilde{y}_t \tag{7.11}$$

水準どうしの関係になりました。(7.10)との違いは $\tilde{y}_{t-1}$ があるかないかだけですが、帰結は大きく変わります。

数式の読み方：なぜ裁量では過去が消えるのか

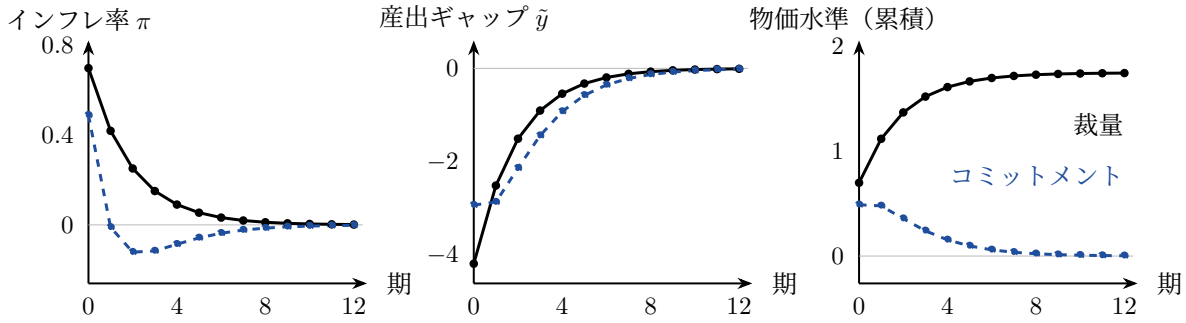
裁量の中央銀行にとって、過去は意思決定に関係ありません。「昨日こう約束した」という事実が行動を縛らないからです。各期の問題が、毎回ゼロから始まります。

逆に言えば、コミットメントの価値は**過去を引きずること**にあります。$\tilde{y}_{t-1}$ が式に残っているのは、中央銀行が昨日の約束に縛られている証拠です。そしてこの「縛られていること」こそが、民間部門の期待を動かす力の源になります。

7.3.1　二つの政策の比較

コストプッシュショック $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$ に対する応答を比べてみます。

図 7.1　コストプッシュショックへの最適な応答：コミットメントと裁量



$\beta = 0.99$、$\omega = 0.75$、$\sigma = \varphi = 1$、$\varepsilon = 6$（したがって $\kappa \simeq 0.172$、$\vartheta = \kappa/\varepsilon \simeq 0.029$）、コストプッシュショックの持続性 $\rho = 0.6$、初期値 $u_0 = 1$ として、裁量は(7.11)、コミットメントは(7.10)をNKPCと連立して解いた。実線（黒）が裁量、破線（青）がコミットメントである。

図の読み方

1. 左はインフレ率です。裁量（黒）では単調に減衰しますが、コミットメント（青）では**途中でマイナスに転じます**。過去の上昇を打ち消すためで、前節で見た物価水準目標の性質がそのまま現れています。
2. 中央は産出ギャップです。コミットメントのほうが当初の落ち込みは**小さい**のに、回復には時間をかけています。一見すると中途半端な対応に見えますが、これが最適です。
3. なぜそうなるのか。負のギャップを長く維持すると約束することで、民間部門の期待インフレ $E_t\pi_{t+1}$ を下げられます。NKPCの切片が下がるので、同じショックに対する当初のインフレ上昇そのものが小さくて済むのです。
4. 右は物価水準（インフレ率の累積）です。ここが決定的な違いです。裁量では物価水準が恒久的に上がったままですが、コミットメントでは元の水準に戻ります。
5. 三つの図を合わせて読んでください。コミットメントは**将来の痛みを約束することで、今の痛みを減らしている**のです。

要点：期待を動かすことの価値

コミットメントが優れているのは、**将来の行動を約束することで現在の期待を動かせる**からです。

NKPC $\pi_t = \beta E_t\pi_{t+1} + \kappa\tilde{y}_t + u_t$ を見てください。$E_t\pi_{t+1}$ を下げられれば、同じ u_t に対する π_t の上昇が小さくて済みます。将来の引き締めを約束することは、今期の負担を減らす手段なのです。

裁量ではこの経路が使えません。民間部門は「どうせ将来の中央銀行は、その時点で最適な行動をとるだろう」と予想するので、将来についてどんなことを言っても期待が動かないからです。この差を**安定化バイアス**（stabilization bias）と呼びます。

発展：インフレバイアスとの区別

古典的な Barro–Gordon型の議論では、中央銀行が自然産出より高い産出を目標にするため、裁量下で平均インフレ率が高くなります。これが**インフレバイアス**です。

本章で扱ったのは別の問題です。ここでは目標が自然水準（雇用補助金があるとして効率水準に一致）なので、平均インフレ率にバイアスはありません。問題は**ショックへの対応の仕方**であり、安定化の質です。

二つは混同されやすいので、論文を読むときは目標の設定を確認してください。第3章で触れた雇用補助金の仮定は、まさにインフレバイアスを消して安定化バイアスだけを取り出すための装置でした。

要点

- 損失関数は家計の効用から導ける。π_t^2 が現れるのは、価格分散という実物的な無駄がインフレ率の二乗に比例するからである（補題7.1・補題7.2）。
- 産出ギャップのウェイトは $\vartheta = \kappa/\varepsilon \simeq 0.03$ と小さい。ただしこれは失業も家計の異質性もないモデルの含意である。
- コミットメント下の最適性条件は産出ギャップの**変化**を使い、結果として物価水準目標になる。裁量下では水準を使い、物価水準は恒久的にずれたままになる。
- コミットメントの価値は、将来の約束によって現在の期待インフレを動かせることにある。その代償が時間不整合性である。

次の章へ　ここまでは、中央銀行が金利を自由に動かせると仮定してきました。次章では、その仮定が破れる状況を扱います。

大学院とのつながり　(7.10)から物価水準目標を導く議論（両辺を足し上げる操作）は、コアコースの試験で頻出の論点です。「なぜ変化で書かれているのか」「足し上げると何になるのか」を一息で説明できるようにしておいてください。

第8章

ゼロ金利制約

> **ここまでの流れ**　最適政策の姿が分かりました。しかしその議論は、中央銀行が必要なだけ金利を下げられることを前提にしていました。
> **この章の問い**　名目金利をゼロより下げられないとき、何が起こるのでしょうか。そして、これまで使ってきた線形モデルは、どこまで使えるのでしょうか。
> **この章で分かること**　ゼロ金利制約が需要不足を生む仕組みと、デフレがそれを増幅する機構。フォワードガイダンスがなぜ効くのか。そして、線形近似が破綻する理由とその対処法。

8.1　問題の構造

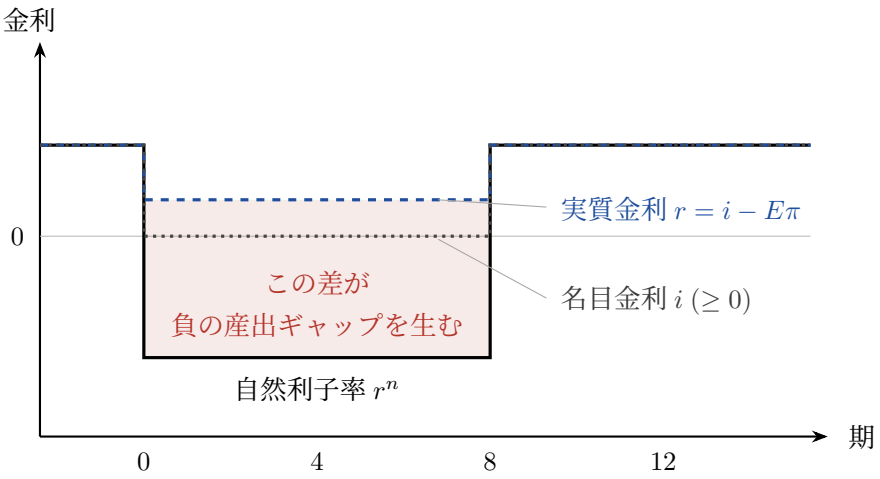
名目金利には下限があります。現金を保有するという選択肢があるからです。金利が大きくマイナスなら、人々は預金ではなく現金を持ちます。

$$i_t \geq 0 \tag{8.1}$$

実際には現金の保管費用のぶんだけ若干のマイナスが可能ですが、ここではゼロとします。

この制約が効くのは、自然利子率が十分に低い、あるいは負のときです。第3章で見たように $r_t^n = \rho + \sigma E_t[\Delta y_{t+1}^n]$ ですから、将来の成長見通しが大きく悪化すれば r_t^n は負になりえます。

図 8.1　自然利子率が負になると、実質金利はそれを上回ったままになる



模式図。自然利子率が 0 期から 7 期まで負の領域に落ちる場合を描いた。 平時は3本の線が重なっている。制約が効く期間は名目金利がゼロで止まり、 デフレ（$E\pi < 0$）のぶん実質金利はそれより高くなる。

図の読み方

1. 黒い線が自然利子率です。ある期間だけ負の領域に落ちています。本来なら、実質金利をここまで下げなければ需要と供給が釣り合いません。
2. 灰色の点線が名目金利です。制約(8.1)のためゼロで止まっており、それ以上下げられません。
3. 青い破線が実際の実質金利です。$r = i - E\pi$ ですから、名目金利がゼロでもデフレ（$E\pi < 0$）であれば実質金利は正になります。**デフレが実質金利を押し上げている**のです。
4. 網かけの部分が、実質金利と自然利子率の差です。平時には3本の線が重なっており、制約が効く期間だけ離れることに注意してください。第5章で見たとおり、この差がそのまま負の産出ギャップを生みます。
5. 面積が大きいほど不況が深いことになります。制約が効く期間が長いほど、そして自然利子率が低いほど、面積は大きくなります。

要点：デフレ・スパイラルの機構

1. 自然利子率が下がるが、$i \geq 0$ のため追随できない。
2. 実質金利が自然利子率を上回り、需要が不足して $\tilde{y} < 0$ になる。
3. NKPCより $\pi < 0$、すなわちデフレが起こる。
4. $r = i - E\pi$ が上昇する。i は動かせないので、デフレがそのまま実質金利の上昇になる。
5. 2に戻る。

通常時なら中央銀行が利下げで断ち切れるこのループが、ここでは断ち切れません。**悪化がさらなる悪化を呼ぶ構造**になっているのが、ゼロ金利制約の恐ろしさです。

発展：二状態モデルによる定式化

この機構は、簡単な設定で正確に解けます。$t = 0$ に自然利子率が $r^L < 0$ に落ち、毎期確率 μ で同じ状態が続き、確率 $1-\mu$ で元の定常状態（以後ずっと $\tilde{y} = \pi = 0$）に戻るとします。制約が効いているあいだ $i = 0$ です。
制約が効く状態での値を $\tilde{y}_L, \pi_L$ と書くと、(5.3)と(5.4)は

$$\tilde{y}_L = \mu \tilde{y}_L - \frac{1}{\sigma}\left(-\mu\pi_L - r^L\right), \qquad \pi_L = \beta\mu\pi_L + \kappa\tilde{y}_L$$

となります。第2式より $\pi_L = \kappa\tilde{y}_L/(1-\beta\mu)$ ですから、これを第1式に代入して

$$\tilde{y}_L = \frac{(1-\beta\mu)\, r^L}{\sigma(1-\mu)(1-\beta\mu) - \mu\kappa} \tag{8.2}$$

を得ます。
分母の符号に注目してください。μ が小さければ分母は正で、$r^L < 0$ より $\tilde{y}_L < 0$ となり、素直に不況が起こります。ところが μ が大きい（罠が長く続くと予想される）と、$\mu\kappa$ の項が効いて分母が負になりえます。そうなると $\tilde{y}_L > 0$ という、経済学的に解釈しにくい結果が出ます。このため多くの研究では、分母が正であること、すなわち罠の継続確率 μ が大きすぎないことを仮定して分析します。
これは計算の誤りではなく、**線形モデルの性質がゼロ金利制約下で極端に現れたもの**です。分母が正であっても、μ が大きくなるにつれて分母はゼロに近づき、ショックの効果が際限なく増幅されます。政府支出の乗数が非常に大きくなる、供給の改善がかえって産出を減らす（労働のパラドックス）、といった一連の「ゼロ金利下のパラドックス」は、いずれもこの構造と結びついています。

8.2 何ができるか

8.2.1 フォワードガイダンス

第5章の(5.2)を思い出してください。

$$\tilde{y}_t = -\frac{1}{\sigma}\sum_{k=0}^{\infty} E_t\left[i_{t+k} - \pi_{t+k+1} - r^n_{t+k}\right]$$

今期の金利が動かせなくても、**将来の金利**についての期待を動かせば、今期の需要を刺激できます。

具体的には、「自然利子率が正に戻ったあとも、しばらくゼロ金利を続ける」と約束します。将来の好況とインフレが予想されれば、$E_t\pi_{t+1}$ が上がって今期の実質金利が下がり、同時に $E_t\tilde{y}_{t+1}$ が上がって今期の需要を押し上げます。

Eggertsson and Woodford (2003) は、ゼロ金利制約下の最適政策がまさにこの形、すなわち制約が解けたあとも緩和を続ける形になることを示しました。

要点：第7章との一貫性

これは第7章の結論と整合的です。コミットメント下の最適政策は物価水準目標でした。ゼロ金利期にデフレで物価水準が下がったのなら、それを取り戻すまで緩和を続けるのが筋です。

つまり「ゼロ金利を長く続ける」という約束は、場当たりの危機対応ではありません。**最適政策の自然な帰結**です。

同時に、実行の難しさも第7章と同じです。制約が解けたあとの中央銀行には、約束を破ってすぐ引き締める誘因があります。時間不整合性の問題が、ここでも立ちはだかります。

8.2.2 財政政策

ゼロ金利下では財政乗数が大きくなります。通常時は、政府支出が増えると中央銀行が利上げで反応し、民間消費や投資を押し出します。i_t が動かなければ、その相殺が起こりません。

実証でも、日本のデータを用いて財政乗数がゼロ金利期に 1.5、それ以外の期間で 0.6 という推定が報告されています（Miyamoto, Nguyen, and Sergeyev 2018）。

8.3 線形モデルの限界

ここで方法論上の問題に触れておきます。

要点：なぜ線形近似が使えなくなるのか

対数線形化は、定常状態の近傍で2次以上の項を捨てる操作でした。誤差は乖離の2乗のオーダーです。
ゼロ金利制約は、この前提を二重に壊します。

1. **大きな乖離**。制約が効く状況では、変数が定常状態から大きく離れます。2次の項が無視できません。
2. **非線形性そのもの**。$i_t = \max(0, \cdot)$ という折れ曲がりは、どんな次数のテイラー展開でも表現できません。微分可能でないからです。

対処法は三つあります。

完全予見の数値解

ショックの経路を決め打ちし、制約が効く期間を含めて非線形システムを数値的に解きます。Dynareの `perfect_foresight_solver` がこれにあたります。不確実性を扱えないのが難点です。

大域的解法

状態空間をグリッドで離散化し、価値関数や政策関数を反復計算で求めます。正確ですが、状態変数が増えると計算量が急増します（次元の呪い）。

レジーム・スイッチング

制約が効く状態と効かない状態を区別し、それぞれの中で線形解を使います（Guerrieri and Iacoviello 2015 の OccBin など）。実務的な妥協点として広く使われています。

発展：フォワードガイダンス・パズル

線形モデルには、もう一つ奇妙な性質があります。(5.2)で将来の金利に割引がかからないため、**遠い将来の金利についての約束ほど強力になりうる**のです。20期先の金利を下げる約束が、今期の金利を下げるのと同じか、それ以上の効果を持つという結果になります。
これは直感に反しますし、データとも合いません。この問題は**フォワードガイダンス・パズル**と呼ばれ、修正の提案が多数あります。有限の視野を持つ主体を考えるもの（Gabaix 2020）、情報が不完全な場合を考えるもの、異質家計を入れたHANKモデル（Kaplan, Moll, and Violante 2018）などです。
いずれも、「遠い将来の約束の効果を割り引く」仕組みを導入する点で共通しています。研究でフォワードガイダンスを扱う場合、この論点は避けて通れません。

要点

- ゼロ金利制約が効くのは自然利子率が十分に低いときであり、そのとき実質金利は自然利子率を上回ったままになる。デフレがこれをさらに悪化させる。
- 二状態モデルで解くと、罠の予想継続確率 μ が大きいとき分母の符号が反転し、「ゼロ金利下のパラドックス」が現れる。
- 今期の金利が動かせなくても、将来の金利についての期待は動かせる。フォワードガイダンスは、第7章のコミットメント政策の自然な延長である。
- ゼロ金利制約のもとでは線形近似そのものが破綻する。完全予見解、大域的解法、レジーム・スイッチングのいずれかで対処する。

次の章へ　理論を一通り見てきました。最後に、このモデルがデータとどう向き合っているのかを確かめます。推定の技術そのものよりも、何が争点になっているかを押さえることを目指します。

第9章

実証：モデルとデータの対話

> **ここまでの流れ**　理論としてのNKモデルを一通り組み立て、解き、政策を論じました。しかし、このモデルは現実を説明できているのでしょうか。
> **この章の問い**　NKフィリップス曲線はデータで支持されているのでしょうか。推定にはどんな困難があり、現在どこが争点になっているのでしょうか。
> **この章で分かること**　NKPC推定の標準的な手順と、そこに潜む深刻な識別の問題。「フィリップス曲線は平坦になったのか」という近年の論争の構造。そして、カリブレーションで使う値の背後にある議論。

9.1　NKPCの推定

9.1.1　何を推定するのか

推定対象は、第4章で導いた(4.11)です。

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{mc}_t$$

しかし、この式をそのまま回帰することはできません。$E_t\pi_{t+1}$ が観測できないからです。期待は人々の頭の中にあり、データには現れません。

9.1.2　GMMによるアプローチ

標準的な解決策は、合理的期待の含意を使うことです。$\pi_{t+1} = E_t\pi_{t+1} + \eta_{t+1}$ と書けば、予測誤差 η_{t+1} は t 期の情報と直交します。したがって

$$E_t\left[\pi_t - \beta\pi_{t+1} - \lambda\widehat{mc}_t\right] = 0$$

という直交条件が成り立ち、t 期以前の変数を操作変数としてGMM推定ができます（Galí and Gertler 1999）。

数式の読み方：この手続きが前提にしていること

観測できない $E_t\pi_{t+1}$ を実現値 π_{t+1} で置き換え、そのずれを操作変数で処理する。これが手続きの骨子です。
ただしここには強い仮定が入っています。人々の期待が**合理的**であること、つまり体系的な予測の誤りがないことです。もし人々が適応的に期待を形成していたり、情報が不完全だったりすれば、この直交条件は成り立ちません。
この点は、のちに述べる識別問題とも絡んできます。

9.1.3　実質限界費用の測り方

ここが実証上の最大の分岐点です。

要点：二つの測り方

産出ギャップを使う：第4章の $\widehat{mc}_t = (\sigma + \varphi)\tilde{y}_t$ という理論的関係を使います。ただし $\tilde{y}_t$ 自体が観測できず、潜在産出の推定が別途必要になります。
労働分配率を使う：$\alpha = 0$ のとき、実質限界費用の乖離は**労働分配率の乖離**に一致します。こちらは直接観測できます。

数式の読み方：なぜ労働分配率なのか

$mc_t = (w_t - p_t) - mpl_t$ であり、$\alpha = 0$ なら $mpl_t = a_t = y_t - n_t$ です。したがって

$$mc_t = (w_t - p_t) - y_t + n_t = \ln \frac{W_t N_t}{P_t Y_t}$$

となり、ちょうど労働分配率の対数になります。限界費用という観測できないものが、国民経済計算から直接得られる量に化けたわけです。
ただしこの等式は仮定に依存します。$\alpha > 0$ や中間投入があると修正項が入ります。また、労働市場に摩擦があれば実質賃金が限界費用を正しく反映しません。

Galí and Gertler (1999) の重要な貢献は、労働分配率を使うとNKPCの当てはまりが大幅に改善することを示した点にありました。産出ギャップを使った先行研究が否定的な結果を出していたのは、ギャップの測り方が悪かったからかもしれない、というわけです。

9.1.4　ハイブリッド型

純粋なNKPCは、インフレ率が完全に前向きであることを含意します。しかしデータには明確な持続性があります。そこで、過去のインフレ率を加えた形がよく使われます。

$$\pi_t = \gamma_f E_t\pi_{t+1} + \gamma_b \pi_{t-1} + \lambda \widehat{mc}_t \tag{9.1}$$

これを**ハイブリッド型**NKPCと呼びます。

π_{t-1} の項を正当化する理論的な仕組みは複数あります。

- **インデクセーション**：改定できない企業が、前期のインフレ率で機械的に価格を調整する。
- **rule-of-thumb企業**：一部の企業が最適化せず、過去の価格を参照して決める。
- **情報の粘着性**：企業が古い情報に基づいて価格を決める（Mankiw and Reis 2002）。

発展：インデクセーションへの批判

インデクセーションは推定上の当てはまりを良くしますが、ミクロデータと整合しません。ミクロデータでは、多くの企業が**まったく価格を変えない**期間が観察されます。自動的にインデクセーションされているなら、価格は毎期少しずつ動いているはずです。

つまりインデクセーションは、集計データへの当てはまりのために導入された便宜的な仮定であって、ミクロ的な基礎を欠いています。DSGEモデルの推定でこの項がしばしば大きく推定されることは、**モデルの不完全性を示すサイン**と読むこともできます。

論文でハイブリッド型を見たときは、γ_b をどう解釈しているかに注意してください。

9.2　識別の問題

NKPCの推定には、方法論上の深刻な問題があります。

要点：弱識別

$E_t\pi_{t+1}$ の操作変数として使えるのは、インフレ率と相関する t 期以前の変数です。しかしインフレ率が持続的であるほど、有力な操作変数はラグ付きインフレ率そのものに近くなっていきます。

すると困ったことになります。推定された γ_f は「将来の期待」を捉えているのか、たんに「インフレの持続性」を拾っているだけなのか、区別がつかなくなるのです。

Mavroeidis, Plagborg-Møller, and Stock (2014) は、この問題がNKPC推定の結論を大きく左右すると論じました。彼らの結論は厳しいものです。集計データだけでは、**インフレ率の決定に前向きの期待と過去のインフレのどちらが重要かを、精度よく区別できない**というのです。推定値の違いは、操作変数の選択や標本期間といった研究者の選択に大きく依存します。

要点：論文を読むときの確認事項

NKPCを推定する論文を読むとき、次の三点を確認してください。

1. 限界費用の代理変数は何か。産出ギャップか、労働分配率か。
2. 操作変数は何か。弱操作変数の検定を報告しているか。
3. 標本期間はいつか。1980年代の金融政策レジーム転換をまたいでいないか。

これらが明示されていない推定結果は、額面どおりには受け取れません。

9.3　フィリップス曲線は平坦になったのか

近年の重要な論点です。多くの国で、失業率が大きく動いてもインフレ率があまり反応しなくなったように見えます。第4章の言葉で言えば、κ が小さくなったという主張です。

考えられる説明は複数あり、互いに排他的ではありません。

本当に κ が下がった

グローバル化や競争の激化により、企業の価格設定行動が変わったという説明です。第4章の κ の分解に照らせば、ω が上がったか、ε や α を通じた戦略的補完性が強まったことになります。

識別の問題

中央銀行がインフレの安定化に成功すると、インフレ率の変動が小さくなり、κ が推定しにくくなります。McLeay and Tenreyro (2020) は、**金融政策が成功しているからこそフィリップス曲線が平坦に見える**という識別の問題を指摘しました。観測されたデータが政策反応の結果である、というルーカス批判の一変種です。

期待が安定した

インフレ目標が定着して $E_t\pi_{t+1}$ が目標値に固定されると、NKPCの切片が動かなくなり、π_t の変動が小さくなります。これは κ（傾き）の変化ではなく、期待形成の変化です。第4章の図4.2で言えば、直線が上下しなくなったということです。

要点：2021年以降の経験

コロナ後のインフレ高進は、この議論に新しい材料を提供しました。大きな需給の逼迫に対してインフレ率が急上昇したことは、フィリップス曲線が平坦なのではなく**非線形**であった可能性を示唆します。

需給が緩んでいる領域では曲線が平坦で、逼迫した領域では急になる。そうした非線形NKPCの研究が活発になっています。研究テーマとしては現在進行形の領域です。

9.4　カリブレーションと推定の関係

最後に、パラメータをどう決めるかについて整理しておきます。

表 9.1　本書で用いた標準的なパラメータと、その根拠

記号	値	根拠と留意点
β	0.99	四半期。年率約4%の実質利子率に対応
σ	1	対数効用。1–2の範囲が一般的
φ	1	フリッシュ弾力性1。ミクロの推定はもっと小さい
ε	6	マークアップ20%に対応
ω	0.75	平均1年の据え置き。ミクロの改定頻度より硬直的
ϕ_π	1.5	Taylor (1993)
ϕ_y	0.125	Taylor (1993) の年率0.5を四半期に換算

要点：カリブレーションの注意点

$\varphi = 1$（フリッシュ弾力性1）は、ミクロの労働供給研究が示す値よりかなり大きい値です。マクロモデルが集計レベルの変動を再現するために、意図的に大きい値を使っています。

この乖離は「ミクロ・マクロ弾力性パズル」として知られています。働くか働かないかという参入・退出のマージンを入れると、集計レベルの弾力性が大きくなることで一部は説明できます。

$\omega = 0.75$ についても同じ構図です。第1章で見たとおり、ミクロデータの改定頻度より硬直的な値が使われています。

カリブレーションの値には、それぞれ論争の歴史があります。論文で値を採用するときは、その出典と議論を確認してください。「標準的な値」という表現で済ませられる場面は、思っているより少ないものです。

要点

- NKPCの推定では、観測できない $E_t\pi_{t+1}$ を実現値で置き換え、合理的期待の直交条件を使ってGMM推定する。
- 限界費用の代理変数の選択が結果を大きく左右する。労働分配率を使うと当てはまりが改善する（Galí and Gertler 1999）。
- 深刻な弱識別の問題があり、集計データだけでは前向きの期待と過去のインフレの重要性を精度よく区別できないと指摘されている。
- 「フィリップス曲線の平坦化」には、κ の低下・識別の問題・期待の安定化という少なくとも三つの説明があり、区別は容易ではない。

おわりに

本書では、価格の硬直性という一つの仮定を入れることで何が変わるのかを追ってきました。

独占的競争を置いて価格設定者を作り、Calvo型のくじで改定を制約しました。そこからNKフィリップス曲線が導かれ、家計の最適化から得られる動学IS曲線と組み合わせて、3本の式からなるモデルが閉じました。このモデルでは金融政策が実物を動かし、しかも家計の効用から導かれる損失関数によって、政策の良し悪しを測ることができます。

同時に、限界も明らかになりました。基本モデルには慣性がなく、インパルス応答の形がデータと合いません。資本がないので投資を論じられません。家計が同質なので分配を扱えません。ゼロ金利制約の領域では線形近似そのものが使えません。そして推定の面では、深刻な識別の問題が残っています。

これらの限界に応えるのが、姉妹編で扱う中規模DSGEモデルです。資本蓄積、投資調整費用、習慣形成、賃金の硬直性といった摩擦を積み上げ、データへの当てはまりを改善していきます。そして、そうして作られたモデルをどう推定するかという問題に進みます。

本書の第6章で得た状態空間表現(6.6)が、その出発点になります。

第A章

対数線形化の技法

A.1　基本的な手順

変数 X_t の定常値を X、対数乖離を $\hat{x}_t = \ln X_t - \ln X$ とします。基本になるのは

$$X_t = Xe^{\hat{x}_t} \simeq X(1+\hat{x}_t)$$

という近似です。$\hat{x}_t$ が小さいとき、指数関数を1次で打ち切っています。

よく使う関係をまとめておきます。

もとの形	線形化した形
$Z_t = X_t Y_t$	$\hat{z}_t = \hat{x}_t + \hat{y}_t$
$Z_t = X_t^a$	$\hat{z}_t = a\hat{x}_t$
$Z_t = X_t + Y_t$	$Z\hat{z}_t = X\hat{x}_t + Y\hat{y}_t$
$Z_t = f(X_t)$	$\hat{z}_t = \dfrac{f'(X)X}{f(X)}\hat{x}_t$
$\ln(1+z_t)$	z_t（z_t が小さいとき）

数式の読み方：加法だけ重みが付く理由

乗法の場合は、対数をとった時点で和になります。$\ln Z_t = \ln X_t + \ln Y_t$ ですから、乖離もそのまま足せます。重みは要りません。

加法の場合はそうはいきません。$Z_t = X_t + Y_t$ の両辺を定常値で割ると $\frac{Z_t}{Z} = \frac{X}{Z}\frac{X_t}{X} + \frac{Y}{Z}\frac{Y_t}{Y}$ となり、定常値の比がそのまま重みになります。**和の線形化では構成比が効く**と覚えておいてください。

A.2　オイラー方程式の線形化

本文の(2.3)を線形化します。$Q_t = 1/(1+i_t)$ として両辺の対数をとると

$$-\ln(1+i_t) = \ln\beta + \ln E_t\left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right]$$

です。期待値の中身は指数の形に書けて、その肩は

$$-\sigma(\hat{c}_{t+1}-\hat{c}_t) - \pi_{t+1}$$

になります。ここで $\ln E_t[e^{v_{t+1}}] \simeq E_t v_{t+1} + \frac{1}{2}\mathrm{var}_t(v_{t+1})$ ですが、1次近似では分散項を落とします。$\ln(1+i_t)\simeq i_t$、$\ln\beta = -\rho$ として整理すると

$$-i_t = -\rho - \sigma E_t(\hat{c}_{t+1}-\hat{c}_t) - E_t\pi_{t+1}$$

となり、$\hat{c}_t$ について解けば本文の(2.5)を得ます。

発展：分散項を落とすことの意味

1次近似では $\frac{1}{2}\mathrm{var}_t$ の項を無視しました。これは**確実性等価**が成り立つということです。リスクの大きさが意思決定に影響しない世界を扱っていることになります。

したがって、リスクプレミアムや予備的貯蓄を論じるには2次以上の近似が必要になります。第7章の厚生の計算で2次近似が必要だったのも、同じ理由です。**1次近似では厚生の比較ができません**。損失が二乗の量である以上、1次の情報だけでは足りないのです。

第B章

NKPC導出の補遺

B.1　最適改定価格の線形化

本文の(4.4)から(4.5)を導きます。定常状態では $P_t^* = P_t$、$\Lambda_{t,t+k} = \beta^k$、$Y_{t+k|t} = Y$、$\mathcal{M}\psi = P$ です。

(4.4)の両辺を P_t^* で割ると

$$\sum_{k=0}^{\infty} \omega^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left(1 - \mathcal{M} \frac{\psi_{t+k}}{P_t^*} \right) \right] = 0$$

です。括弧の中を線形化します。$\mathcal{M}\psi_{t+k}/P_t^*$ の定常値は1ですから、その対数乖離は

$$\mu + \psi_{t+k} - p_t^*$$

です（小文字は対数、$\mu = \ln \mathcal{M}$）。1次近似では、括弧の外の項は定常値 $\beta^k Y$ で評価してよいので、

$$\sum_{k=0}^{\infty} (\beta\omega)^k E_t\left[\mu + \psi_{t+k} - p_t^* \right] = 0$$

となります。p_t^* は k によらないので和の外に出せます。$\sum_k (\beta\omega)^k = 1/(1-\beta\omega)$ を使って整理すれば、本文の(4.5)が得られます。

数式の読み方：括弧の外を定常値で評価してよい理由

積の形 $f_t \cdot g_t$ を線形化するとき、f の定常値がゼロであれば、g の変動は2次の効果しか持ちません。

ここでは括弧の中（$1 - \mathcal{M}\psi_{t+k}/P_t^*$）の定常値がちょうどゼロです。だから括弧の外の $\Lambda_{t,t+k} Y_{t+k|t}$ は、定常値で評価すれば十分なのです。この構造のおかげで、確率的割引因子や需要の変動を追わずに済んでいます。

B.2　収穫逓減がある場合

生産関数を $Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha}$ とすると、企業ごとに限界費用が違ってきます。企業 i の実質限界費用は

$$mc_t(i) = mc_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(y_t(i) - y_t \right)$$

となります。産出が多い企業ほど限界生産物が下がり、限界費用が高いということです。

需要関数から $y_t(i) - y_t = -\varepsilon(p_t(i) - p_t)$ なので、これを代入すると

$$mc_t(i) = mc_t - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}\big(p_t(i) - p_t\big)$$

です。高い価格をつけた企業は売れる量が少なく、そのぶん限界費用も低くなります。

これを(4.5)に組み込んで整理すると、改定価格の反応が鈍くなり、

$$\lambda = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega} \cdot \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\varepsilon} \tag{B.1}$$

を得ます。

数式の読み方：戦略的補完性

(B.1)の第2項は1より小さいので、λ は小さくなります。この効果を**戦略的補完性**と呼びます。

直感はこうです。自分だけが値上げすると、需要が大きく減ります。需要が減れば生産も減り、限界費用も下がります。すると値上げの必要性自体が薄れてしまう。したがって、他社が動かないなら自分も大きくは動かさない、という相互作用が生まれます。

この効果は、第1章で触れた実質硬直性の一つの具体例でもあります。そして第9章で見たとおり、ミクロの高い改定頻度と集計の緩やかなインフレ反応を両立させる鍵になります。中間投入を入れると、同じ理屈でさらに強く働きます。

参考文献

理論の基礎

Calvo, G. A. (1983) “Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework,” Journal of Monetary Economics 12(3), 383–398.

Dixit, A. K., & Stiglitz, J. E. (1977) “Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity,” American Economic Review 67(3), 297–308.

Blanchard, O. J., & Kiyotaki, N. (1987) “Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand,” American Economic Review 77(4), 647–666.

Yun, T. (1996) “Nominal Price Rigidity, Money Supply Endogeneity, and Business Cycles,” Journal of Monetary Economics 37(2), 345–370.

価格硬直性の理論と実証

Mankiw, N. G. (1985) “Small Menu Costs and Large Business Cycles,” Quarterly Journal of Economics 100(2), 529–537.

Ball, L., & Romer, D. (1990) “Real Rigidities and the Non-Neutrality of Money,” Review of Economic Studies 57(2), 183–203.

Caplin, A. S., & Spulber, D. F. (1987) “Menu Costs and the Neutrality of Money,” Quarterly Journal of Economics 102(4), 703–725.

Golosov, M., & Lucas, R. E. (2007) “Menu Costs and Phillips Curves,” Journal of Political Economy 115(2), 171–199.

Bils, M., & Klenow, P. J. (2004) “Some Evidence on the Importance of Sticky Prices,” Journal of Political Economy 112(5), 947–985.

Nakamura, E., & Steinsson, J. (2008) “Five Facts about Prices,” Quarterly Journal of Economics 123(4), 1415–1464.

Klenow, P. J., & Malin, B. A. (2010) “Microeconomic Evidence on Price-Setting,” Handbook of Monetary Economics 3A, 231–284.

解法と決定性

Blanchard, O. J., & Kahn, C. M. (1980) “The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations,” Econometrica 48(5), 1305–1311.

Sims, C. A. (2002) “Solving Linear Rational Expectations Models,” Computational Economics 20(1–2), 1–20.

Uhlig, H. (1999) “A Toolkit for Analysing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily,” in Computational Methods for the Study of Dynamic Economies, Oxford University Press.

Bullard, J., & Mitra, K. (2002) “Learning About Monetary Policy Rules,” Journal of Monetary Economics 49(6), 1105–1129.

Cochrane, J. H. (2011) “Determinacy and Identification with Taylor Rules,” Journal of Political Economy 119(3), 565–615.

最適金融政策

Rotemberg, J. J., & Woodford, M. (1997) “An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy,” NBER Macroeconomics Annual 12, 297–346.

Clarida, R., Galí, J., & Gertler, M. (1999) “The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective,” Journal of Economic Literature 37(4), 1661–1707.

Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1977) “Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans,” Journal of Political Economy 85(3), 473–492.

Taylor, J. B. (1993) “Discretion versus Policy Rules in Practice,” Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 39, 195–214.

ゼロ金利制約

Eggertsson, G. B., & Woodford, M. (2003) “The Zero Bound on Interest Rates and Optimal Monetary Policy,” Brookings Papers on Economic Activity 2003(1), 139–211.

Christiano, L., Eichenbaum, M., & Rebelo, S. (2011) “When Is the Government Spending Multiplier Large?” Journal of Political Economy 119(1), 78–121.

Guerrieri, L., & Iacoviello, M. (2015) “OccBin: A Toolkit for Solving Dynamic Models with Occasionally Binding Constraints Easily,” Journal of Monetary Economics 70, 22–38.

Gabaix, X. (2020) “A Behavioral New Keynesian Model,” American Economic Review 110(8), 2271–2327.

Kaplan, G., Moll, B., & Violante, G. L. (2018) “Monetary Policy According to HANK,” American Economic Review 108(3), 697–743.

Miyamoto, W., Nguyen, T. L., & Sergeyev, D. (2018) “Government Spending Multipliers under the Zero Lower Bound: Evidence from Japan,” American Economic Journal: Macroeconomics 10(3), 247–277.

NKPCの推定

Galí, J., & Gertler, M. (1999) “Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis,” Journal of Monetary Economics 44(2), 195–222.

Mavroeidis, S., Plagborg-Møller, M., & Stock, J. H. (2014) “Empirical Evidence on Inflation Expectations in the New Keynesian Phillips Curve,” Journal of Economic Literature 52(1), 124–188.

McLeay, M., & Tenreyro, S. (2020) “Optimal Inflation and the Identification of the Phillips Curve,” NBER Macroeconomics Annual 34, 199–255.

Mankiw, N. G., & Reis, R. (2002) “Sticky Information versus Sticky Prices,” Quarterly Journal of Economics 117(4), 1295–1328.

教科書

Galí, J. (2015) Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle, 2nd ed., Princeton University Press.

Woodford, M. (2003) Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy, Princeton University Press.

Walsh, C. E. (2017) Monetary Theory and Policy, 4th ed., MIT Press.

加藤涼 (2007)『現代マクロ経済学講義』東洋経済新報社.

※ 書誌情報は公表時点のものです。引用に用いる際は、出版社のページ等でご確認ください。